

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIAS GEODÉSICAS
LABORATORIO DE GEODESIA ESPACIAL E HIDROGRAFIA

ANÁLISIS Y CARACTERIZACIÓN DE SEÑALES DE RUIDO EN SERIES TEMPORALES GPS Y SU INFLUENCIA EN LA DETERMINACIÓN DE VELOCIDADES

CHRISTIAN GONZALO PILAPANTA AMAGUA

CLAUDIA PEREIRA KRUEGER

ALFONSO TIERRA CRIOLLO

BRASIL, 2019



GENERALIDADES

A. CÁLCULO DE DESPLAZAMIENTOS LINEALES (VELOCIDADES)

Actualmente ...

- ✓ Datos GPS son la principal fuente para monitoreo de deformaciones.
- ✓ Cálculo de desplazamientos lineales (vector de velocidades)

Determinación por regresión lineal (uso de modelos de trayectorias).

- ✓ Ajuste de observaciones (datos)
Método de mínimos cuadrados.
- ✓ Caracterización del error a-priori de los datos (estadísticamente)
 - Normal (Gaussiano)
 - No correlacionado (Ruido blanco)

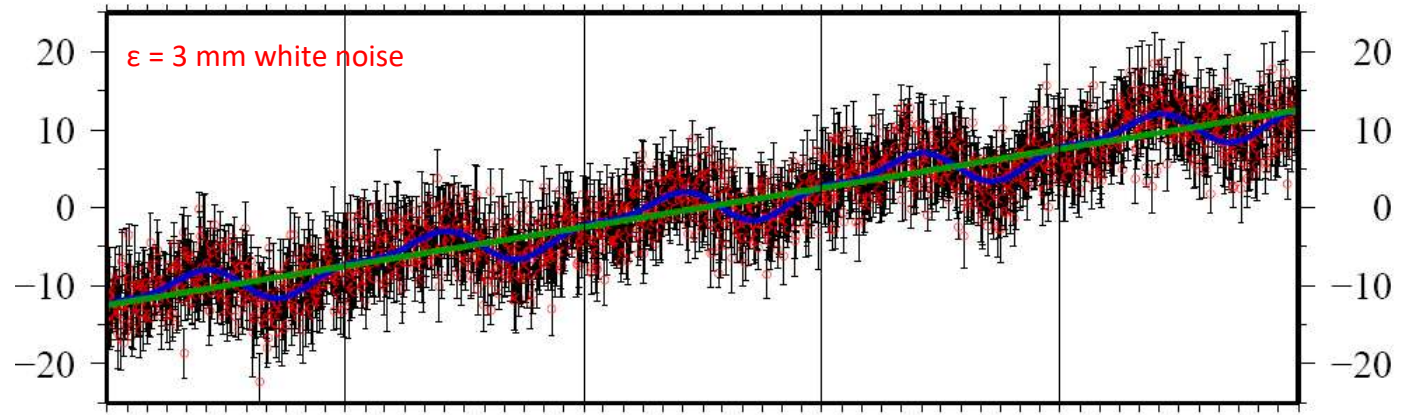


Figura. Serie de coordenadas. Estación GNSS JPLM. IGS
(Fuente: Herring, T. A. et al. 2018)

Posición en el tiempo t **Velocidad (lineal)** **Componente periódica** **Error**

$$x^i = x_0^i + v^i(t - t_0) + \underbrace{A_0^i \cos\left(\frac{2\pi(t - t_0)}{T_0} - \tau_0\right)}_{\text{Periodicidad anual (sinusoidal)}} + \underbrace{A_1^i \cos\left(\frac{2\pi(t - t_0)}{T_1} - \tau_1\right)}_{\text{Periodicidad semi-anual (sinusoidal)}} + \epsilon$$

↑ Posición inicial (t_0)

B. COMPONENTE CÍCLICA. VELOCIDADES Y PERIODICIDAD DE LOS DATOS

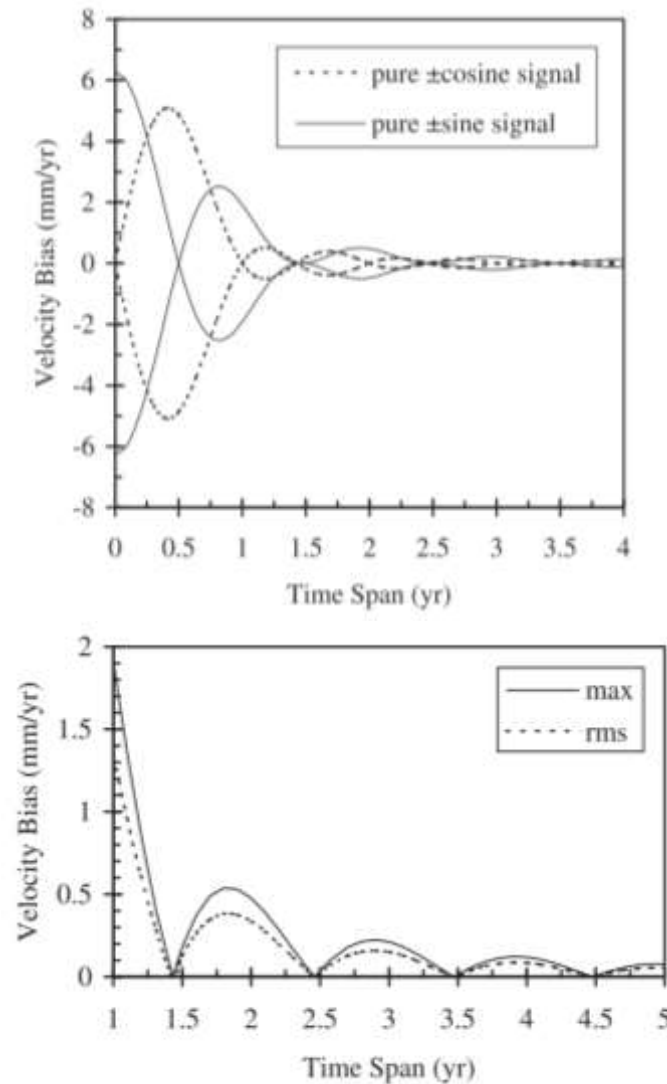


Figura. Degradación de las velocidades en función de la periodicidad de los datos

(Fonte: Blewitt, G. & Lavallée, D. 2002)

- ✓ Estudio de BLEWITT, G.; LAVALLÉE, D. Effect of annual signals on geodetic velocity. **Journal of Geophysical Research**, v. 107, n. B7, p. ETG 9-1-ETG 9-11, 2002.

Estudio **TEÓRICO** de Series Temporales = Análisis de la **DEGRADACIÓN** de los vectores de velocidad debido a la periodicidad de los datos.

Periodicidad (principalmente anual) se debe a:

- Variaciones de las **condiciones atmosféricas** (propagación de la señal)
- Deformación superficial por **efectos de carga** (ciclo hidrológico)
- **Errores sistemáticos** (monumentación e elementos de las antenas)

En la Figura

- Superior: BIAS en las velocidades de una señal sinusoidal (seno e coseno) con un 1 mm de amplitud.
- Inferior: BIAS máximo (max) e RMS de las velocidades de una señal sinusoidal anual (1 mm de amplitud) en relación al período de datos.

B. COMPONENTE CÍCLICA. VELOCIDADES Y PERIODICIDAD DE LOS DATOS

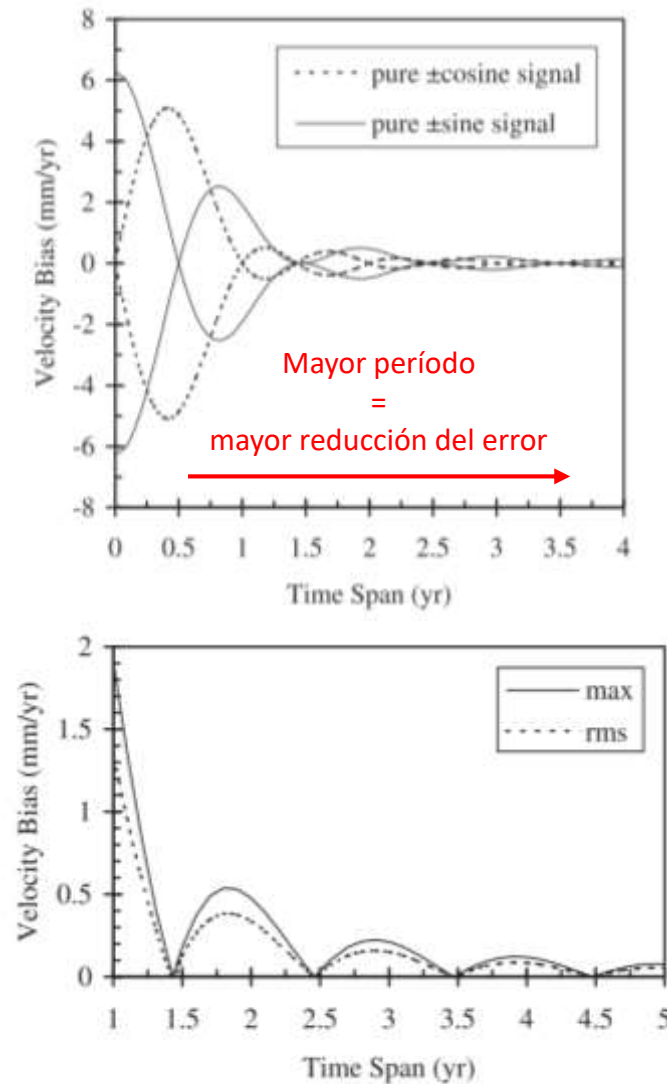


Figura. Degradación de las velocidades en función de la periodicidad de los datos
(Fonte: Blewitt, G. & Lavallée, D. 2002)

Posibles soluciones al problema:

✓ Herring, T. A. et al. (2018) recomienda:

- Para levantamientos geodésicos por sesiones (survey-mode measurements) **es necesario realizar las observaciones en la misma época cada año** = Eliminación de señales periódicas anuales y semestrales **en caso de existir**.
- Para levantamientos geodésicos continuos (redes de monitoramiento continuo) la **eliminación** o **reducción** de los errores dependerá directamente de los períodos de los datos (VER FIGURA).

***IMPORTANTE:** En que punto **truncar la serie?** De acuerdo con Blewitt & Lavallee (2002):

- El punto de truncamiento óptimo = medio año.
- Si los errores estacionales no son dominantes, extender el truncamiento de la serie de tiempo (e.g. de 4 años en lugar de 3.5 años, produce un sesgo (BIAS) más pequeño.

C. COMPONENTE DIARIA. SEÑALES DE RUÍDO E CORRELACIÓN

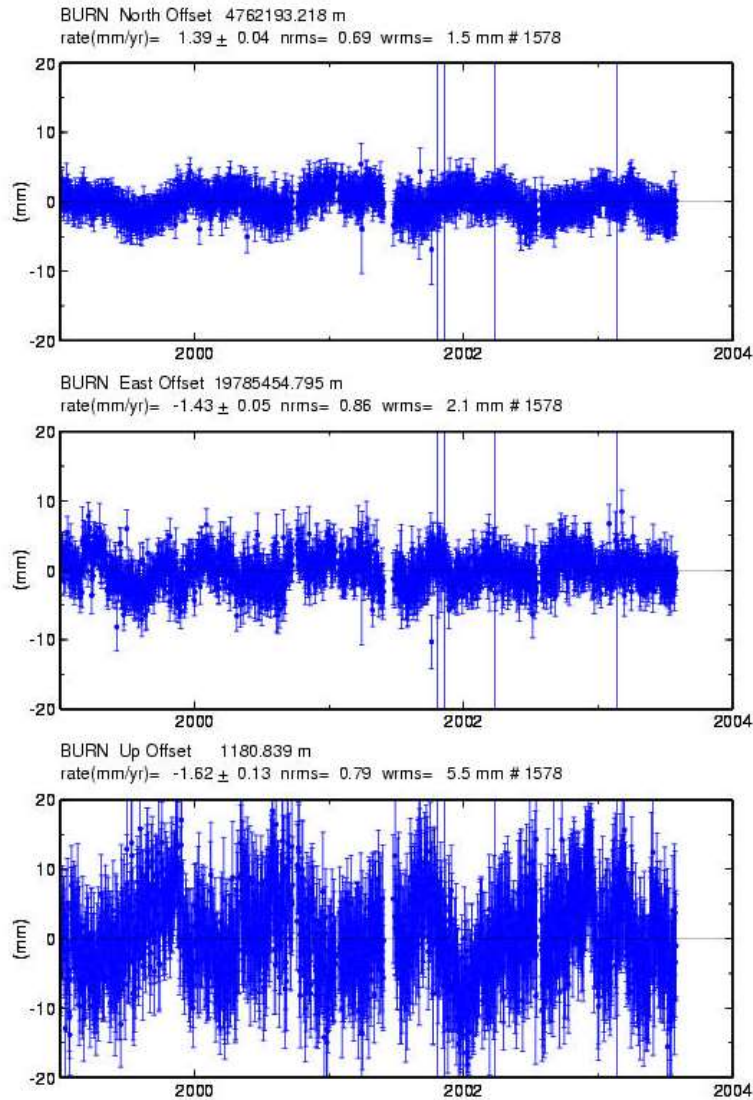


Figura. Serie de coordenadas. Estación GNSS BURM
(Fuente: Herring, T. A. et al. 2018)

✓ Ejemplo: Estación BURN (Oregon, USA) (Herring, T. A. et al. 2018):

- Correlación temporal entre 60 e 200 días + componentes periódicas.
WRMS por componente:

Componente horizontal: 2 mm

Componente vertical: 6 mm

- Error formal de las velocidades bajo la suposición de la presencia de ruido blanco (escalonamiento por NRMS):

Componente horizontal: 0.03 mm / año

Componente vertical: 0.10 mm / año

- Tiempo de correlación para obs. independientes = aprox. 100 días.
Analizando los 100 primeros días, se obtiene un error formal de:

Componente horizontal: 0,30 mm / año

Componente vertical: 1,00 mm / año

C. COMPONENTE DIARIA. SEÑALES DE RUÍDO E CORRELACIÓN

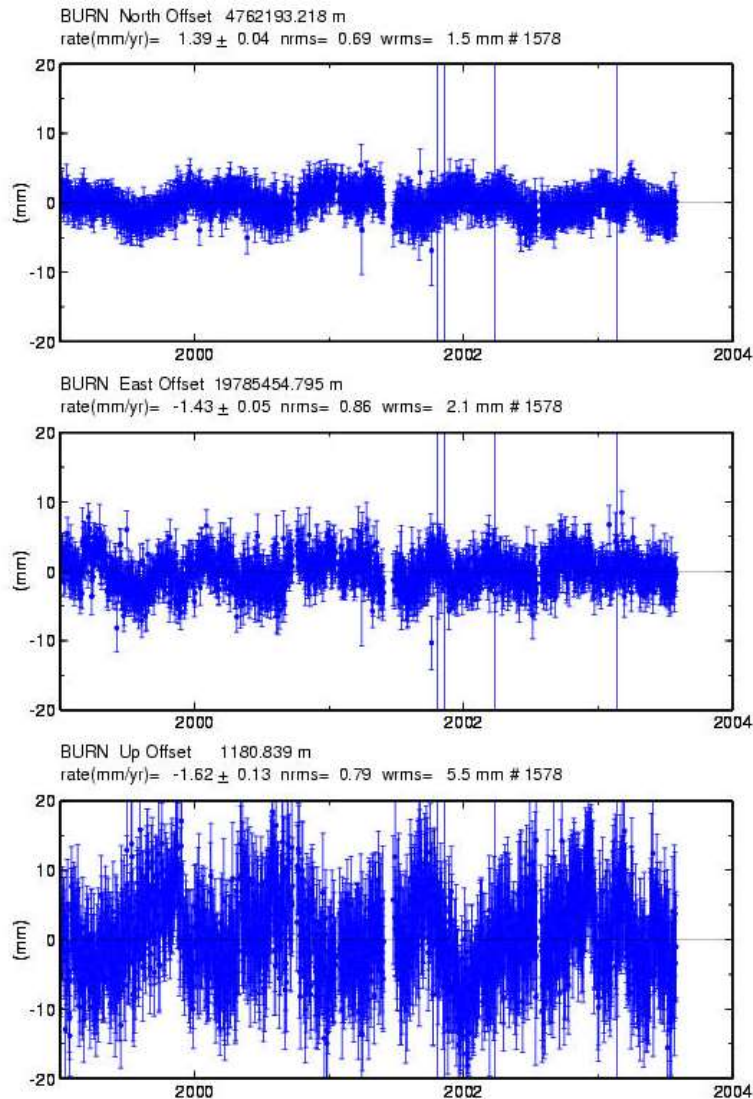


Figura. Serie de coordenadas. Estación GNSS BURM
(Fuente: Herring, T. A. et al. 2018)

Posibles soluciones al problema:

- ✓ Caracterización de la correlación de los señales de ruido

Técnica de cálculo utilizadas:

- **Análisis espectral**

Modelo de Ley de Potencias (Power Law)

- Relación empírica entre el señal de ruido blanco e otros señales de ruido correlacionados.

Relación señal – ruido (signal to noise ratio)

- Estimación (rigorosa) de los tiempos de correlación.

Análisis y ajuste individual de las señales de ruido.



METODOLOGÍA

D. DETERMINACIÓN DE SEÑALES DE RUIDO

A. Modelo Estocástico de Series

- ✓ Señales de ruido en las observaciones GPS (continuas) descritas como un proceso de “Ley de Potencias” (Mandelbrot e Van Ness, 1968; Agnew, 1992).

→ Proceso estocástico unidimensional cuyo comportamiento en el dominio del tiempo es tal que su **espectro de frecuencia (potencia) adopta la forma:**

$$P_x(f) = P_0 \left(\frac{f}{f_0} \right)^\kappa$$

Donde:

P_0, f_0

constantes de normalización.

f

frecuencia espacial o temporal.

κ

índice espectral (valor en el intervalo de -3 a 1).
(inclinación/pendiente de la línea)

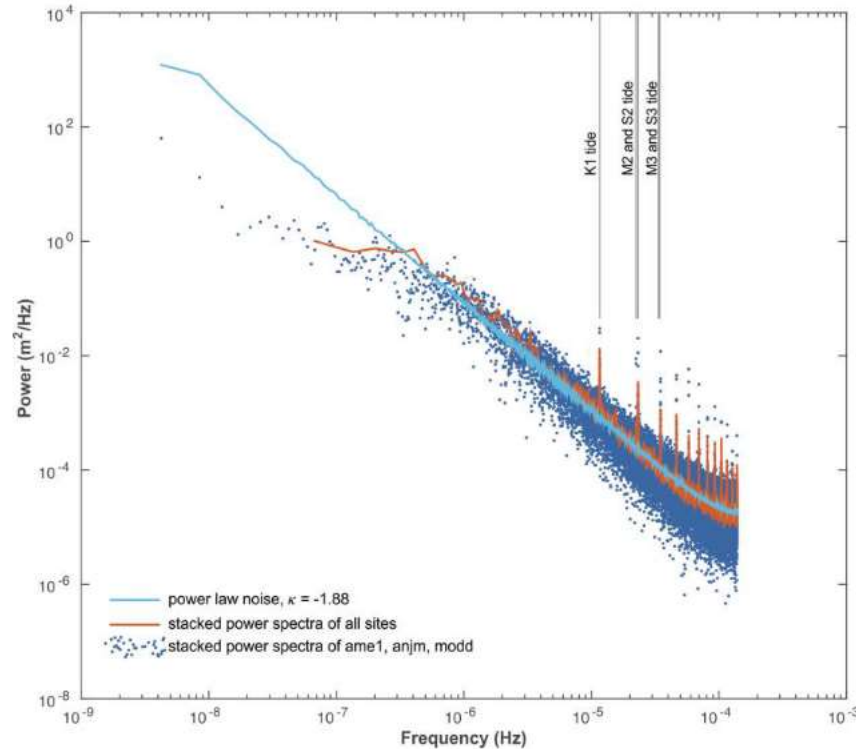


Figura. Espectro de frecuencia de la serie temporal combinada (componente vertical). Estaciones GNSS AME1, ANJM, MODD (Fuente: Williams, S. 2015)

D. DETERMINACIÓN DE SEÑALES DE RUIDO

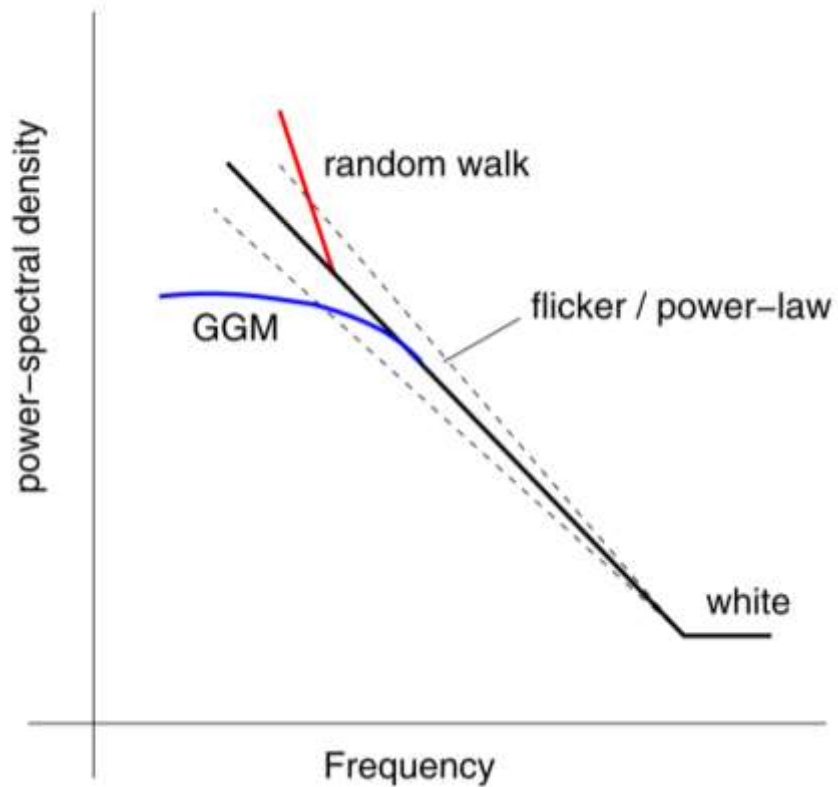


Figura. Representación esquemática de los diferentes procesos estocásticos (señales de ruido)
(Fuente: He, X. et al. 2019)

B. Principales procesos estocásticos (Mandelbrot 1977, 1983)

- ✓ Fractional Brownian motion

$$-3 < \kappa < -1$$

- ✓ Fractional White noise

$$-1 < \kappa < 1$$

C. Casos especiales

- ✓ Classical White noise

$$\kappa = 0$$

- ✓ Flicker noise

$$\kappa = -1$$

- ✓ Random walk noise

$$\kappa = -2$$

COLOURED NOISE

D. DETERMINACIÓN DE SEÑALES DE RUIDO

D. Algunos problemas del modelo de “Ley de Potencias”

- ✓ Computacionalmente complejo.
- ✓ Ningún modelo captura de manera confiable la parte del espectro con las menores frecuencias.
- ✓ Existe la posibilidad de que el ruido no sea estacionario (cambio en función del tiempo)

→ En este caso, el modelo es considerado inválido.

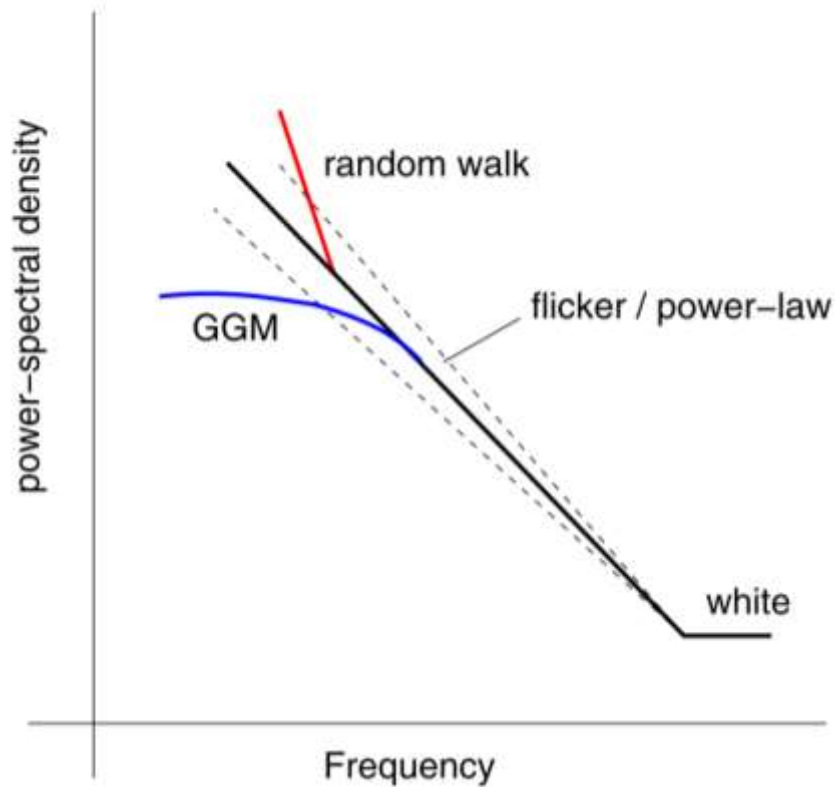
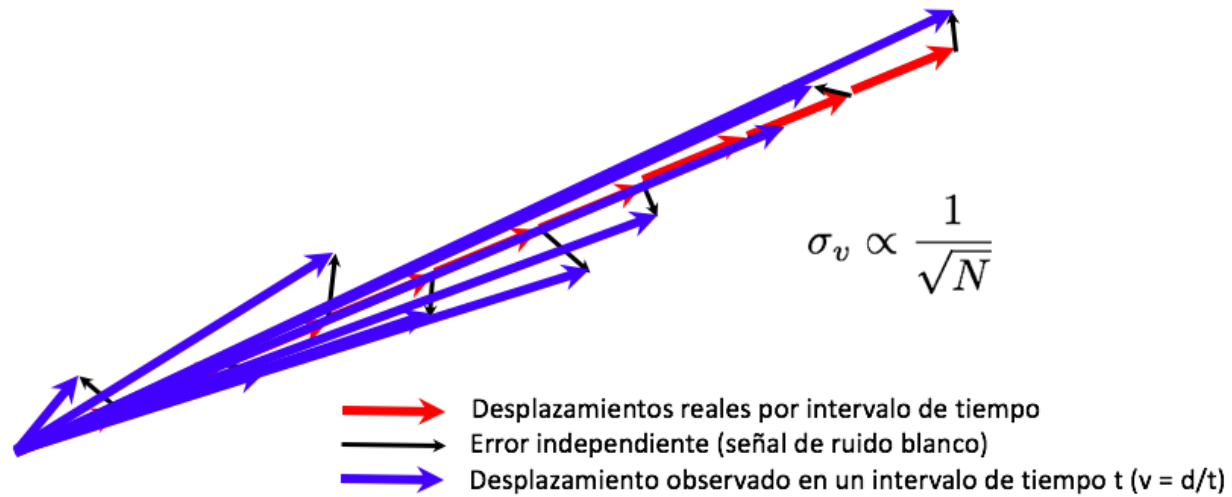


Figura. Representación esquemática de los diferentes procesos estocásticos (señales de ruido)
(Fuente: He, X. et al. 2019)

$$~~P_x(f) = P_0 \left(\frac{f}{f_0} \right)^\kappa~~$$

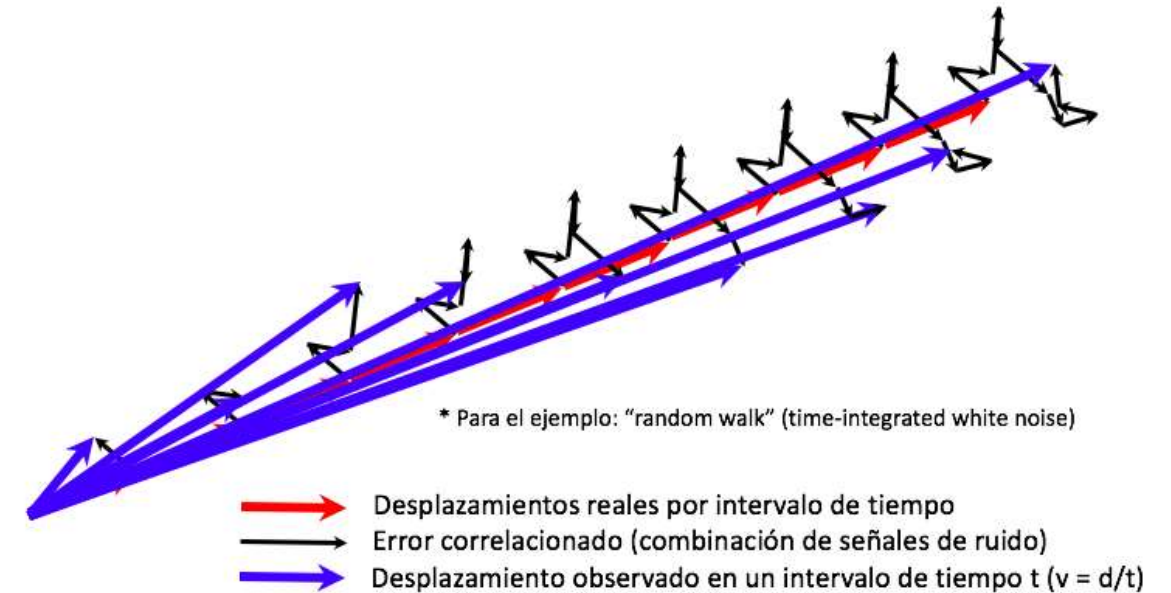
VECTOR DE VELOCIDADES

WHITE NOISE



- ✓ No correlacionado en el tiempo.
- ✓ Magnitud tiene una función de probabilidad continua
- ✓ Direcciones son uniformes (randómicas).

COLOURED NOISE



- ✓ Correlacionado en el tiempo.
- ✓ Convergencia de las vel. al valor verdadero es más lenta.
- ✓ Incertidumbre de las velocidades es mayor.

E. SEÑALES DE RUIDO Y VELOCIDADES

A. REGRESIÓN LINEAL (Williams, S. D. P. 2003b)

✓ Ecuación básica

$$x_i = x_0 + vt_i + \varepsilon_x(t_i)$$

donde, el término de error $\varepsilon_x(t_i)$ es:

$$\varepsilon_x(t_i) = a\alpha(t_i) + b_k\beta(t_i)$$

siendo:

a amplitud del ruido blanco.

$b_{k \neq 0}$ amplitud del ruido colorido.

✓ La MVC de las observaciones x_i es representada como:

$$C_x = a^2 I + b_k^2 J_k$$

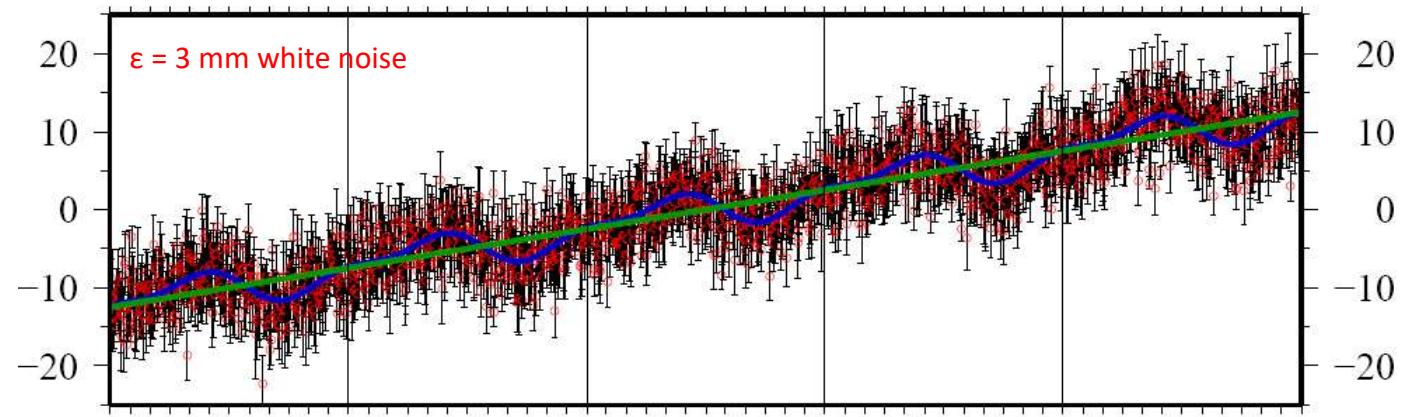


Figura. Serie de coordenadas. Estación GNSS JPLM. IGS
(Fuente: Herring, T. A. et al. 2018)

Posición
en el
tempo t

Velocidad
(lineal)

Componente cíclico

Error

$$x^i = x_0^i + v^i(t - t_0) + A_0^i \cos\left(\frac{2\pi(t - t_0)}{T_0} - \tau_0\right) + A_1^i \cos\left(\frac{2\pi(t - t_0)}{T_1} - \tau_1\right) + \varepsilon$$

Posición
inicial (t_0)

Periodicidad anual
(sinusoidal)

Periodicidad semi-anual
(sinusoidal)

F. MATRICES VARIANZA – COVARIANZA. MVC

A. MVC DE LAS OBSERVACIONES

$$\mathbf{C}_x = a^2 \mathbf{I} + b_k^2 \mathbf{J}_k$$

donde:

$\mathbf{I}$ matriz identidad.

$\mathbf{J}_k$ matriz covarianza del ruido colorido.

- ✓ Usando mínimos cuadrados, v y x_0 son obtenidos a través de la ecuación:

$$\hat{\mathbf{y}} = (\hat{x}_0, \hat{v})^T = [\mathbf{A}^T \mathbf{C}_x^{-1} \mathbf{A}]^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{C}_x^{-1} \mathbf{x}$$

donde:

$$\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$$

B. MVC DE LOS PARÁMETROS

$$\hat{\mathbf{C}}_y = [\mathbf{A}^T \mathbf{C}_x^{-1} \mathbf{A}]^{-1}$$

C. MVC DE LA SEÑAL DE RUIDO (LEY DE POTENCIA) $\mathbf{J}_k$

Puede ser calculada a través de la Ley de Propagación de Covarianzas (Johnson & Watt, 1994). Esto es:

$$\mathbf{J}_k = \mathbf{T} \mathbf{C}_d \mathbf{T}^T$$

donde:

$\mathbf{T}$ matriz de transformación.

$\mathbf{d}$ vector de variables aleatorias con varianza unitaria (IID).

Tal que:

$$\mathbf{x} = \mathbf{T} \mathbf{d}$$

Caso especial ($\mathbf{C}_d = \mathbf{I}$), donde:

$$\mathbf{J}_k = \mathbf{T} \mathbf{T}^T$$

G. MATRICES DE TRANSFORMACIÓN

Descrita por Hosking (1981) usando el método de integración fraccionario:

$$\mathbf{T} = \Delta T^{-\frac{\kappa}{4}} \begin{vmatrix} \psi_0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \psi_1 & \psi_0 & 0 & \cdots & 0 \\ \psi_2 & \psi_1 & \psi_0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \psi_n & \psi_{n-1} & \psi_{n-2} & \cdots & \psi_0 \end{vmatrix}$$

donde:

$$\Delta T_j = |t_j - t_0|$$

$$\psi_n = \frac{-\frac{\kappa}{2} \left(1 - \frac{\kappa}{2}\right) \cdots \left(n - 1 - \frac{\kappa}{2}\right)}{n!} = \frac{\Gamma\left(n - \frac{\kappa}{2}\right)}{n! \Gamma\left(-\frac{\kappa}{2}\right)}$$

Tal que:

$$n \rightarrow \infty, \quad \psi_n \sim \frac{n^{-\frac{\kappa}{2}-1}}{\Gamma\left(-\frac{\kappa}{2}\right)}$$

Ejemplo:

✓ Señal de Ruido Blanco ($\kappa = -2$ entonces $\psi_n = 1$)

Matriz de transformación igual a

$$\mathbf{T} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \end{vmatrix}$$

MVC de la señal de ruido blanco ($\mathbf{J}_{-2}$) igual a:

$$\mathbf{J}_{-2} = \begin{vmatrix} \Delta T_1 & \Delta T_1 & \Delta T_1 & \cdots & \Delta T_1 \\ \Delta T_1 & \Delta T_2 & \Delta T_2 & \cdots & \Delta T_2 \\ \Delta T_1 & \Delta T_2 & \Delta T_3 & \cdots & \Delta T_3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \Delta T_1 & \Delta T_2 & \Delta T_3 & \cdots & \Delta T_n \end{vmatrix}$$

H. CÁLCULO DE LAS SEÑALES DE RUIDO (PARÁMETROS κ , C_x)

A. ESTIMADOR DE MÁXIMA VEROSIMILITUD

(Langbein & Johnson 1997)

- Cálculo de las componentes de ruido y de los parámetros de la función lineal a través del uso del MLE (Computacionalmente más eficaz).

→ Requiere la maximización de la función de probabilidad (FDP) a través del ajuste de la matriz varianza-covarianza de los datos.

→ Método de ajuste iterativo.

✓ Formula matemática

Sea x el vector de observaciones, la función de verosimilitud para su matriz de varianza-covarianza C_x es:

$$l(x, C_x) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2} (\det C_x)^{1/2}} \exp(-0,5 \hat{v}^T C_x^{-1} \hat{v})$$

Donde:

n número de datos.

$\hat{v}$ matriz de residuos (post-fit residuals).

$\det$ determinante de la matriz.

✓ Evaluación del ajuste

A través del Criterio de Información Bayesiano (BIC):

$$BIC = -2 [l(x, C_x)] + p \ln(n)$$



DESARROLLO Y RESULTADOS

I. ÁREA DE ESTUDIO Y MÉTODOLOGÍA DE PROCESAMIENTO DE DATOS



Figura. Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo RBMC
(Fuente: IBGE. 2019)

✓ Datos GPS evaluados

159 estaciones de monitoreo continuo pertenecientes a la RBMC

✓ Período de tiempo

Últimos 10 anos (2007 – 2017)

✓ Procesamiento de Datos

Software: Bernese GNSS. Versión 5.2

Marco de Referencia: IGB08

Metodología base:

- BRUNINI, C. et al. Improved Analysis Strategy and Accessibility of the SIRGAS Reference Frame. International Association of Geodesy Symposia, v. 136, p. 3–10, 2012. ISSN 09399585.
- SÁNCHEZ, 2017. Diretrizes para os Centros de Análise SIRGAS.

J. RESULTADOS. SEÑALES DE RUIDO POR ESTACIÓN

✓ Determinación del modelo estocástico mejor ajustado por estación

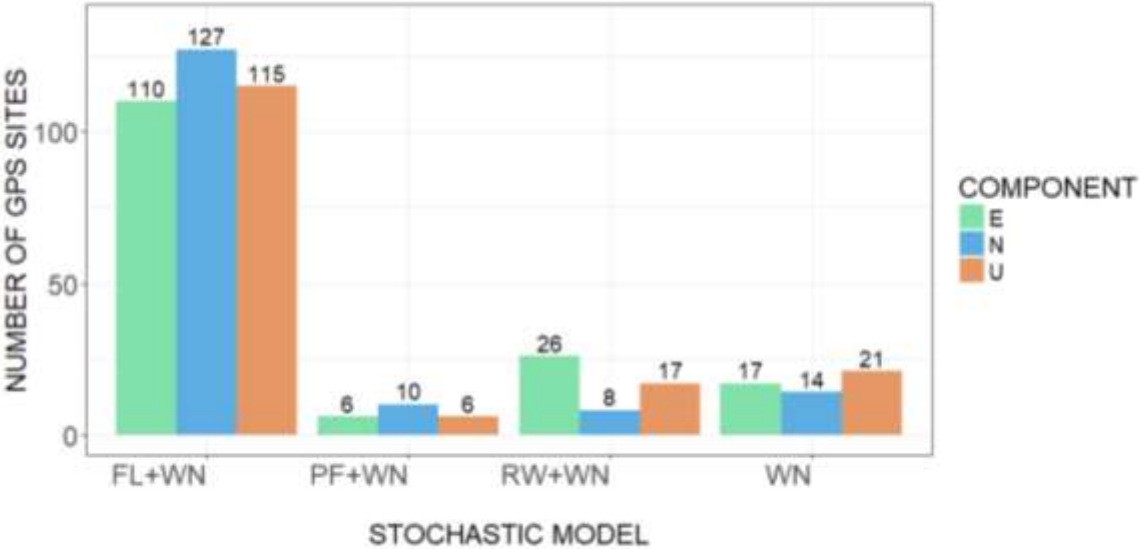
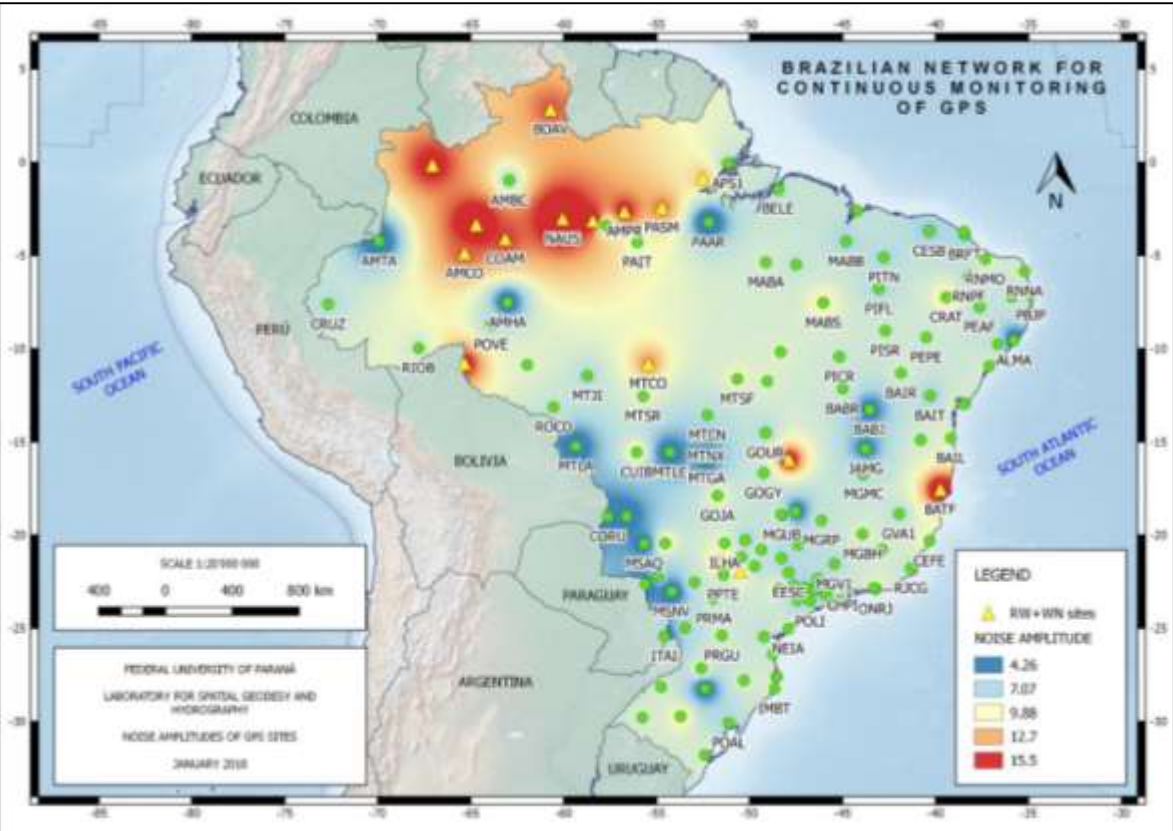


Figure 1: Distribution of noise models for the RBMC data

Table 1: Distribution of noise models for the RBMC data

ORD	STOCHASTIC MODEL	EAST		NORTH		UP	
		TOTAL	%	TOTAL	%	TOTAL	%
1	White Noise	17	11	14	9	21	13
2	Flicker Noise + White Noise	110	69	127	80	115	72
3	Random-Walk Noise + White Noise	26	16	8	5	17	11
4	Fractional Power-Law noise + White Noise	6	4	10	6	6	4

Figura. Amplitud de las señales de ruido de las estaciones GNSS de la Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo dos Sistemas GNSS. RBMC (Fuente: IBGE. 2019)

J. RESULTADOS. SEÑALES DE RUIDO POR ESTACIÓN

✓ Análisis del nivel de ruido (acumulado) por estación y por sector

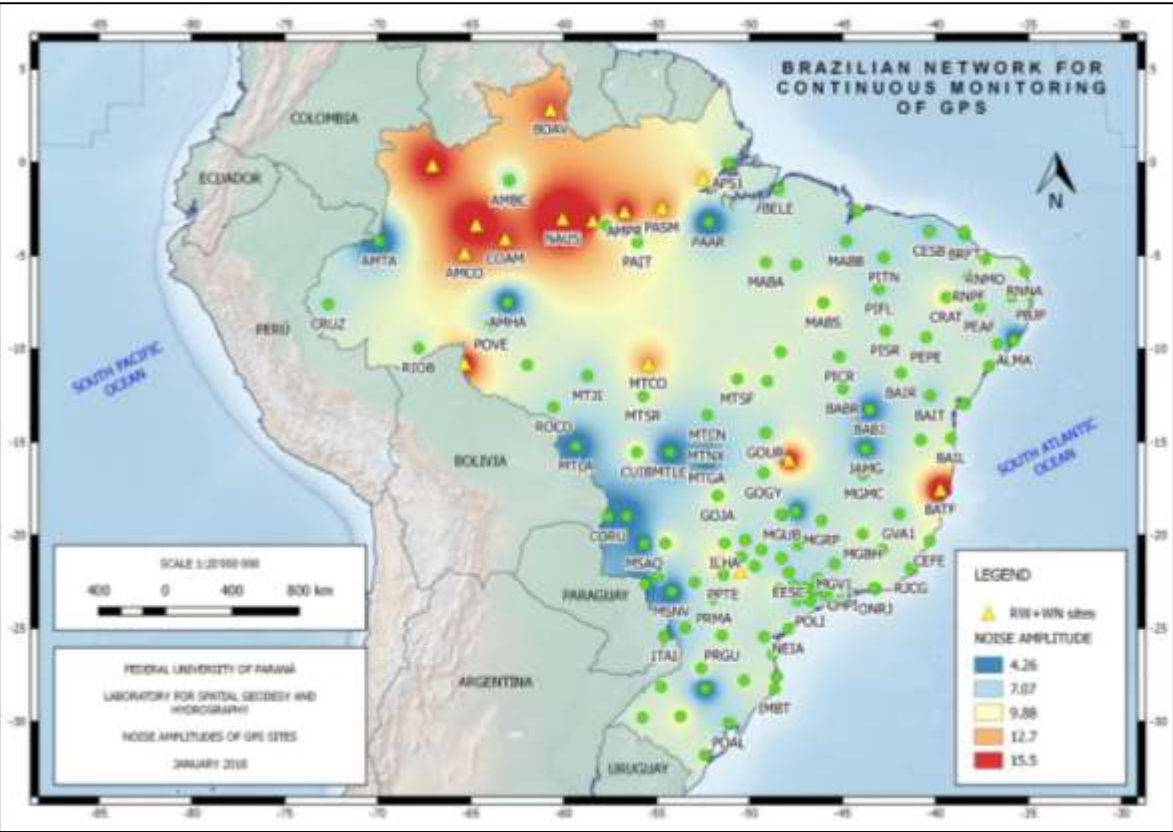


Table 3: Sites with the highest accumulated noise values

ORD	SITE	MODEL	$\Sigma\sigma$ (mm)	SITE	MODEL	$\Sigma\sigma$ (mm)	SITE	MODEL	$\Sigma\sigma$ (mm)
1	CRAT	RW+WN	9,36	UBA1	RW+WN	8,67	NAUS	RW+WN	20,75
2	CEFT	RW+WN	8,51	CUIB	RW+WN	6,75	AMTE	FL+WN	20,14
3	VARG	RW+WN	8,45	RECF	FL+WN	6,69	BATF	RW+WN	17,10
4	UBA1	RW+WN	8,01	SCAQ	RW+WN	6,23	AMUA	FL+WN	18,83
5	BRAZ	RW+WN	7,34	SJSP	RW+WN	6,00	BRAZ	RW+WN	17,58
6	BATF	RW+WN	7,33	SAGA	FL+WN	5,57	ITAM	FL+WN	17,39
7	SSA1	RW+WN	7,04	RSAL	RW+WN	5,41	SAGA	FL+WN	14,16
8	CEEU	RW+WN	6,99	MSCG	FL+WN	4,91	AMPR	FL+WN	15,55
9	RNMO	RW+WN	6,92	AMTE	FL+WN	4,87	ROGM	FL+WN	14,20
10	CUIB	RW+WN	6,79	POLI	FL+WN	4,72	COAM	FL+WN	14,39

* WN: White noise; FL: Flicker noise; RW: Random-walk; PL: Power-Law noise

Figura. Amplitud de las señales de ruido de las estaciones GNSS de la Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo dos Sistemas GNSS. RBMC (Fuente: IBGE. 2019)

J. RESULTADOS. EFECTOS QUE INCIDEN EN LA DEGRADACIÓN DE LOS DATOS

- ✓ Análisis del nivel de ruido (acumulado) por estación y por sector

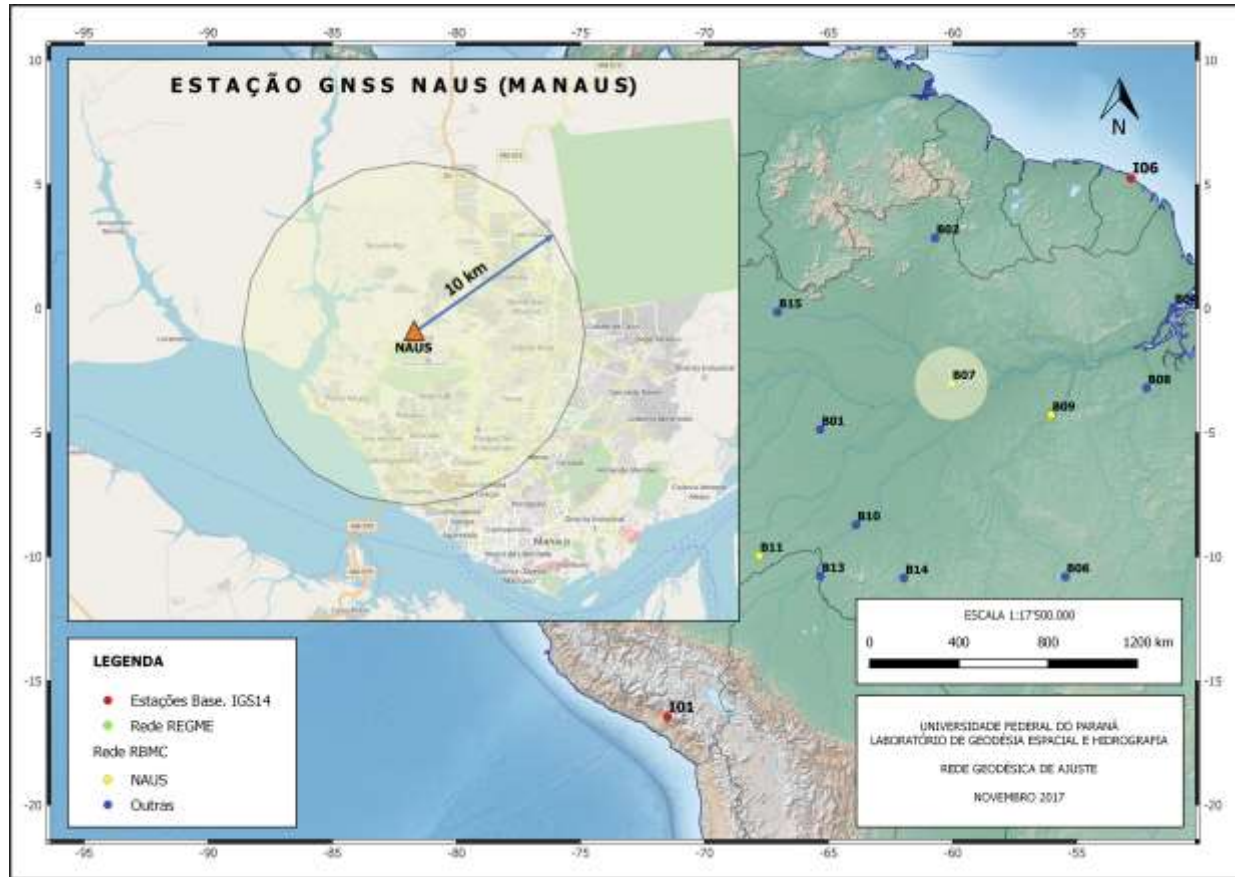


Figura. Localización de la Estación GNSS de Monitoreo Continuo NAUS
(Fuente: Pilapanta, C. et al. 2018)

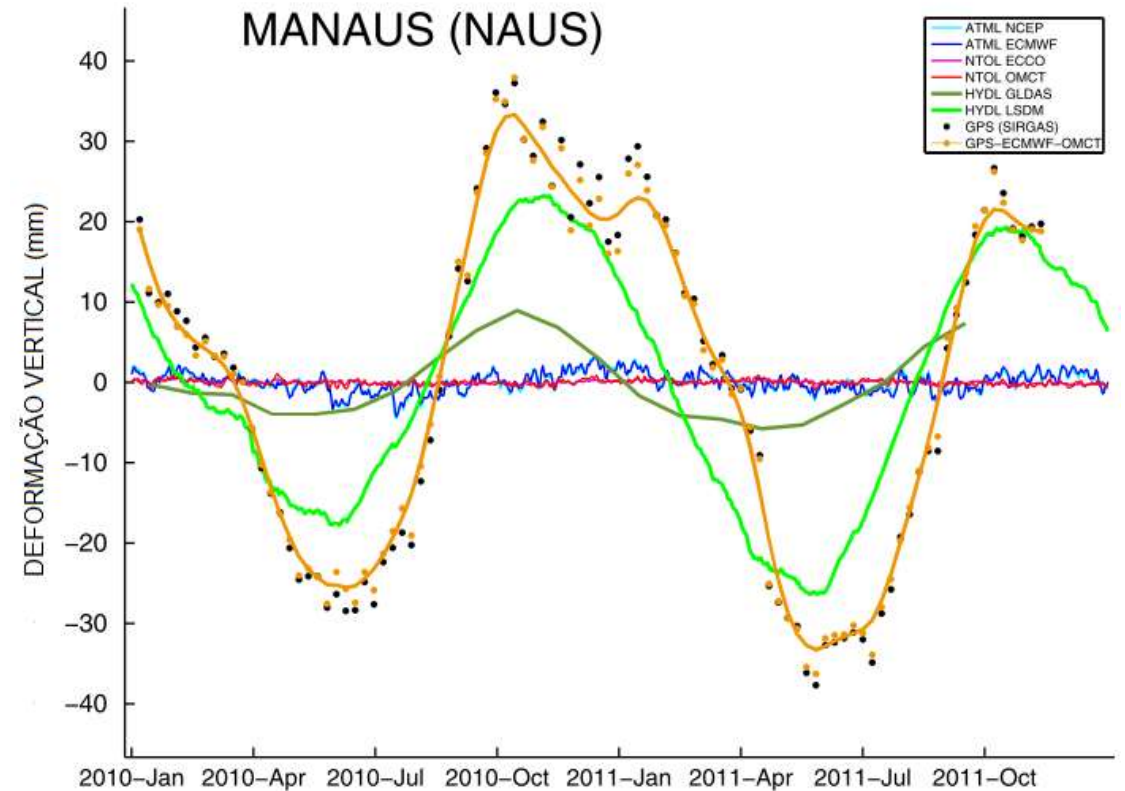


Figura. Deformación vertical de la estación GNSS de Monitoreo Continuo NAUS
(Fuente: Dill e Dobsław 2013)

K. RESULTADOS. ESTUDIO DEL EFECTO DE CARGA ATMOSFÉRICA E HIDROLÓGICA

- ✓ PILAPANTA, C.; KRUEGER, C. & TIERRA, A. Avaliação do impacto do efeito de carga por pressão atmosférica em posicionamento GPS de alta precisão nas regiões do Equador Continental e da Amazônia Brasileira. **Dissertação**. Universidade Federal do Paraná, Setor de Ciências da Terra, Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, 2018

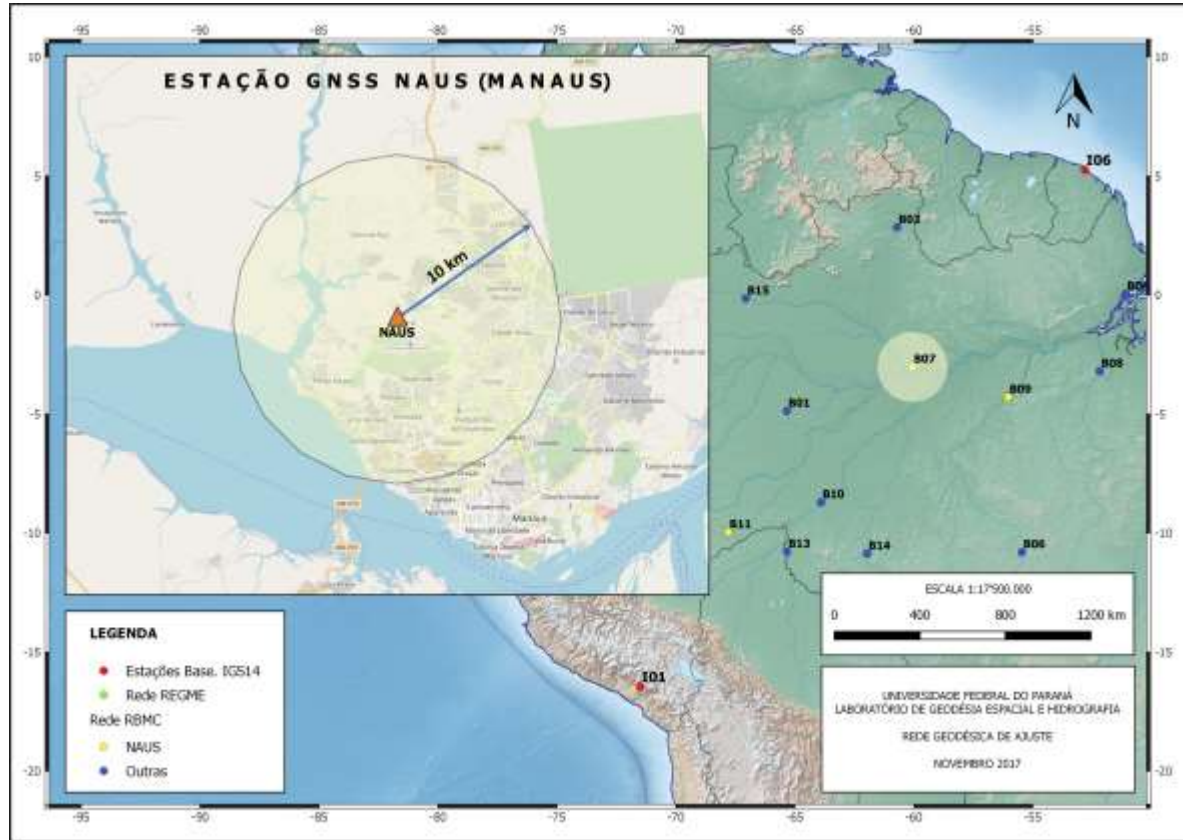


Figura. Localización de la Estación GNSS de Monitoreo Continuo NAUS
(Fuente: Pilapanta, C. et al. 2018)

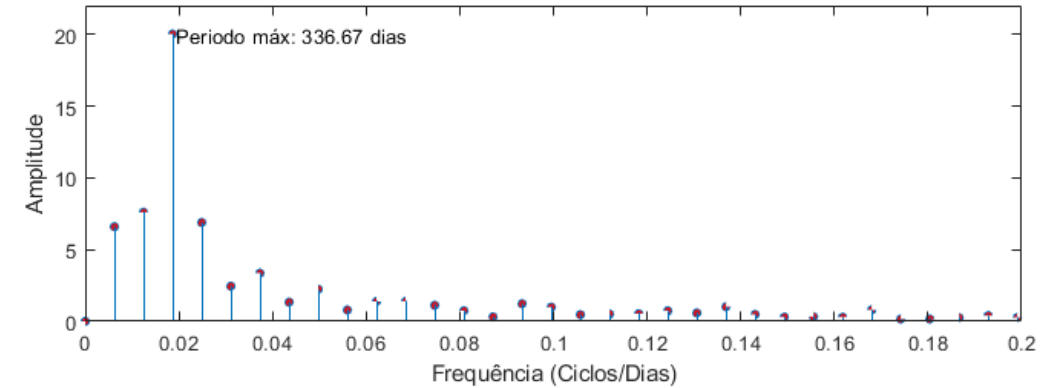


Figura. Espectro de frecuencia. Estación GNSS NAUS
(Fuente: Apolonio, A.; Pilapanta, C. & Krueger, C. 2019)

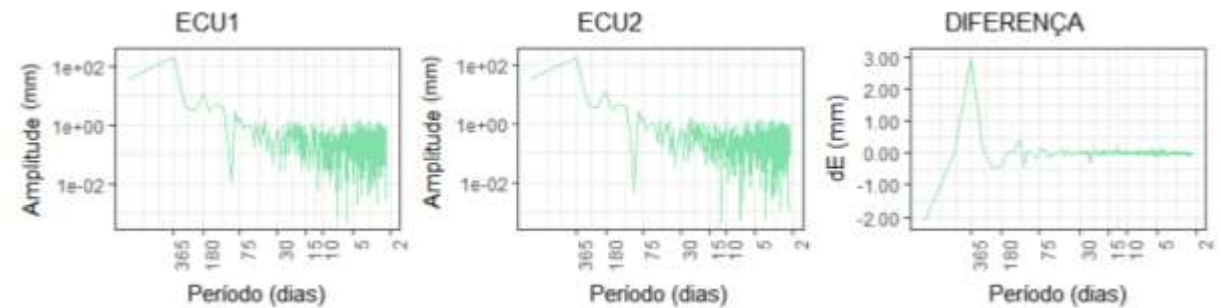


Figura. Diferencia espectral (LOMB-SCARGLE). Estación GNSS NAUS
(Fuente: Pilapanta, C. et al. 2018)

K. RESULTADOS. ESTUDIO DEL EFECTO DE CARGA ATMOSFÉRICA E HIDROLÓGICA

- ✓ PILAPANTA, C.; KRUEGER, C. & TIERRA, A. Avaliação do impacto do efeito de carga por pressão atmosférica em posicionamento GPS de alta precisão nas regiões do Equador Continental e da Amazônia Brasileira. **Dissertação**. Universidade Federal do Paraná, Setor de Ciências da Terra, Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, 2018

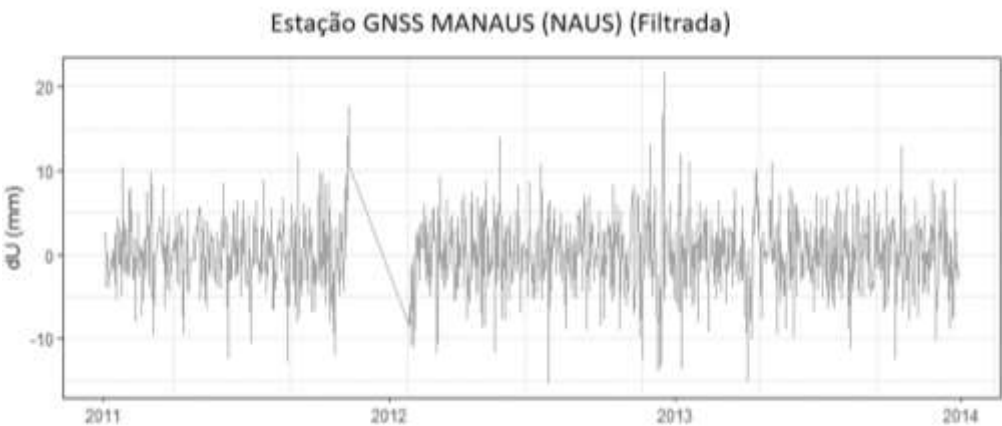
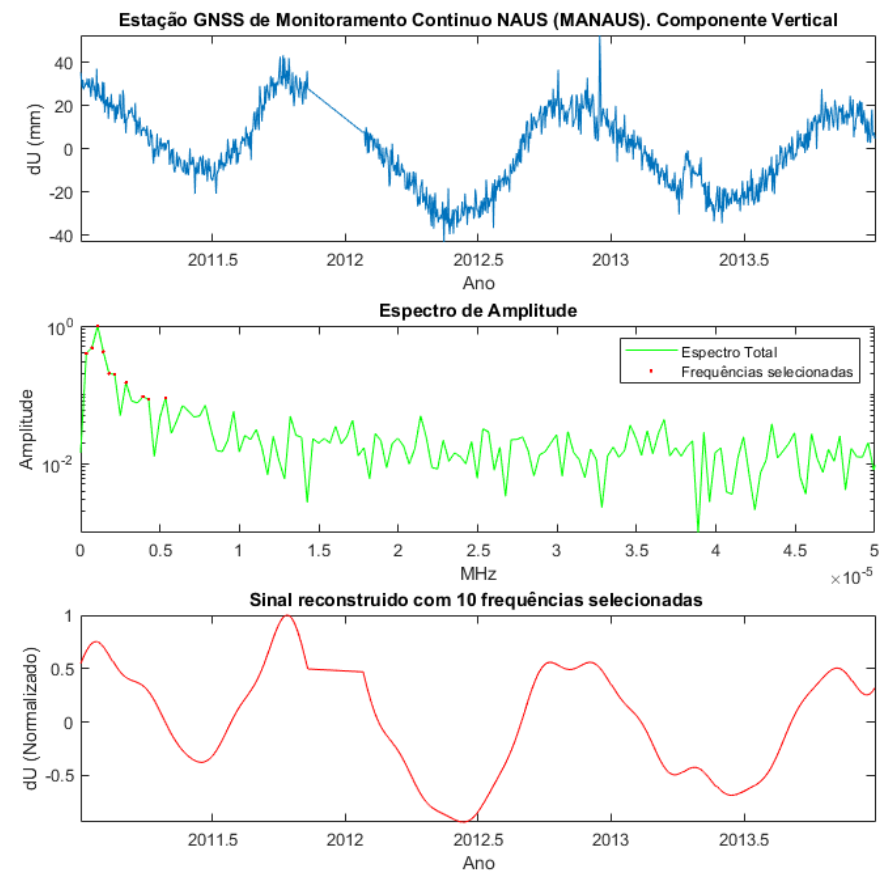


Table 4. Señales de Ruido

SÉRIE	GM WN	BIC	PL+WN		BIC	κ
	σ_{WN}		σ_{PL}	σ_{WN}		
Original	15,25	4179,02	14,65	4,35	4122,77	-0,90
Filtrada	11,08	3869,919	11,93	3,32	3212,209	-0,64

Figura. Señal reconstruida. Estación GNSS de Monitoreo Continuo NAUS (Fuente: Apolonio, A.; Pilapanta, C. & Krueger, C. 2019)

L. RESULTADOS. CÁLCULO DEL VECTOR DE VELOCIDAD. ESTACIÓN NAUS

$$x^i = x_0^i + v^i(t - t_0) + A_0^i \cos\left(\frac{2\pi(t - t_0)}{T_0} - \tau_0\right) + A_1^i \cos\left(\frac{2\pi(t - t_0)}{T_1} - \tau_1\right) + \varepsilon$$

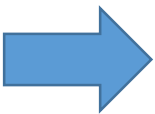
Posición inicial

Velocidad (lineal)

Periodicidad anual (sinusoidal)

Periodicidad semi-anual (sinusoidal)

POWER LAW NOISE + WHITE NOISE	BIC = 3212,209	PARÁMETRO	VALOR	σ	UNIDAD
		Posición inicial (x_0)	-22,583	+/- 7,663	mm
		velocidad (v_i)	-3,228	+/- 1,505	mm/año
		Periodo anual	24,375	+/- 0,768	mm
		Periodo semianual	-19,213	+/- 0,789	mm



FLICKER NOISE + WHITE NOISE	BIC = 3214,772	PARÁMETRO	VALOR	σ	UNIDAD
		Posición inicial (x_0)	-22,539	+/- 11,271	mm
		velocidad (v_i)	-3,222	+/- 1,508	mm/año
		Periodo anual	24,375	+/- 0,769	mm
		Periodo semianual	-19,212	+/- 0,791	mm

GAUSS MARKOV WHITE NOISE	BIC = 3869,919	PARÁMETRO	VALOR	σ	UNIDAD
		Posición inicial (x_0)	-19,005	+/- 12,90	mm
		velocidad (v_i)	-2,609	+/- 3,932	mm/año
		Periodo anual	24,471	+/- 1,366	mm
		Periodo semianual	-18,544	+/- 1,404	mm

RANDOM WALK NOISE + WHITE NOISE	BIC = 3862,879	PARÁMETRO	VALOR	σ	UNIDAD
		Posición inicial (x_0)	-21,032	+/- 13,79	mm
		velocidad (v_i)	-2,351	+/- 6,651	mm/año
		Periodo anual	24,445	+/- 1,481	mm
		Periodo semianual	-18,443	+/- 1,522	mm



BIBLIOGRAFÍA

K. BIBLIOGRAFÍA

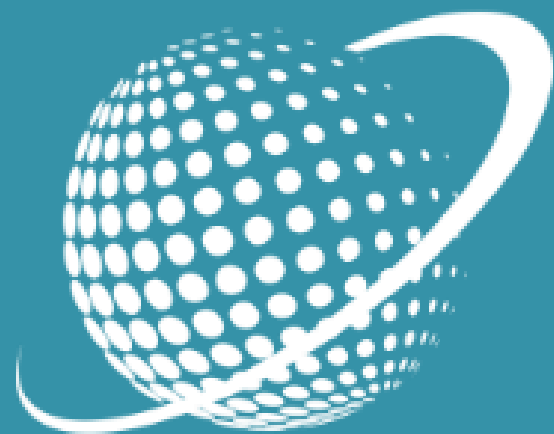
- Agnew, D. C. (1992). The Time-Domain behavior of Power-Law noises. *Geophysical Research Letters*, 19(4), pp. 333–336.
- Bos, M. S. et al. (2008). Fast error analysis of continuous GPS observations. *Journal of Geodesy*. doi: 10.1007/s00190-007-0165-x.
- Bos, M. S. et al. (2013). Fast error analysis of continuous GNSS observations with missing data. *Journal of Geodesy*, 87, pp. 351–360. doi: 10.1007/s00190-012-0605-0.
- Dill, R. and Dobsław, H. (2013). Numerical simulations of global-scale high-resolution hydrological crustal deformations. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 118(9), pp. 5008–5017. doi: 10.1002/jgrb.50353.
- Johnson, H. O. and Agnew, D. C. (1995). Monument motion and measurements of crustal velocities. *Geophysical Research Letters*, 22(21), pp. 2905–2908. doi: 10.1029/95GL02661.
- Kadane, J. B. and Lazar, N. A. (2004). Methods and Criteria for Model Selection. *Journal of the American Statistical Association*, 99(465), pp. 279–290. doi: 10.1198/016214504000000269.
- Klos, A. et al. (2016). Noise analysis of continuous GPS time series of selected EPN stations to investigate variations in stability of monument types. In *International Association of Geodesy Symposia*. doi: 10.1007/1345_2015_62.
- Klos, A., Bogusz, J. and Moreaux, G. (2017). Stochastic models in the DORIS position time series: estimates for IDS contribution to ITRF2014. *Journal of Geodesy*, pp. 1–21. doi: 10.1007/s00190-017-1092-0.
- Langbein, J. (2004). Noise in two-color electronic distance meter measurements revisited. *Journal of Geophysical Research B: Solid Earth*. doi: 10.1029/2003JB002819.
- Langbein, J. and Bock, Y. (2004). High-rate real-time GPS network at Parkfield: Utility for detecting fault slip and seismic displacements. *Geophysical Research Letters*, 31(15), pp. 2–5. doi: 10.1029/2003GL019408.
- Langbein, J. and Johnson, H. (1997). Correlated errors in geodetic time series: Implications for time-dependent deformation. *Journal of Geophysical Research*, 102(10), pp. 591–603. doi: 10.1029/96JB02945.
- Mandelbrot, B. B. and Van Ness, J. W. (1968). Fractional Brownian Motions, Fractional Noises and Applications. *SIAM Review*, 10(4), pp. 422–437. doi: 10.1137/1010093.
- Mao, A. et al. (1999). Noise in GPS coordinate time series. *Journal of Geophysical Research*, 104(B2), pp. 2797–2816. doi: 10.1029/1998JB900033.
- Montecino, H. D., de Freitas, S. R. C., Báez, J. C., & Ferreira, V. G. (2017). Effects on Chilean Vertical Reference Frame due to the Maule Earthquake co-seismic and post-seismic effects. *Journal of Geodynamics*, 112, pp.22–30.
- Pilapanta, C.; Krueger, C. and Tierra, A. Stochastic model of the Brazilian GPS network coordinates time series. *Boletim de Ciências Geodésicas*, v. 24, n. 4, p. 545–563, 2018
- Sánchez, L. et al. (2015). SIRGAS Core Network Stability. *International Association of Geodesy Symposia*, 143, pp. 183–191. doi: 10.1007/1345_2015_143.
- Wdowinski, S. et al. (1997). Southern California permanent GPS geodetic array: Spatial filtering of daily positions for estimating coseismic and postseismic displacements induced by the 1992 Landers earthquake. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 102(B8), pp. 18057–18070. doi: 10.1029/97JB01378.
- Williams, S. (2003). The effect of coloured noise on the uncertainties of rates estimated from geodetic time series. *Journal of Geodesy*, 76, pp. 483–494. doi: 10.1007/s00190-002-0283-4.
- Williams, S. (2015). Description of GPS uncertainties within the Long Term Study on Anomalous Time-Dependent Subsidence.
- Williams, S. D. P. (2003a). Offsets in Global Positioning System time series. *Journal of Geophysical Research*, 108. doi: 10.1029/2002JB002156.
- Williams, S. D. P. (2003b). The effect of coloured noise on the uncertainties of rates estimated from geodetic time series. *Journal of Geodesy*. doi: 10.1007/s00190-002-0283-4.
- Williams, S. D. P. (2008). CATS: GPS coordinate time series analysis software. *GPS Solutions*, 2, pp. 147–153. doi: 10.1007/s10291-007-0086-4.



AGRADECIMIENTOS

L. AGRADECIMENTOS





LAGEH

Laboratório de Geodésia Espacial e Hidrografia

MUCHAS GRACIAS