



**SIRGAS**

Sistema de Referencia Geocéntrico  
para las Américas

2019

Rio de Janeiro,  
Brasil

**‘FOOTPRINT SURVEYS’ FOR ABSOLUTE GRAVITY STATIONS**  
Transferring an absolute gravity value from an indoors absolute gravity station  
to a nearby outdoors location

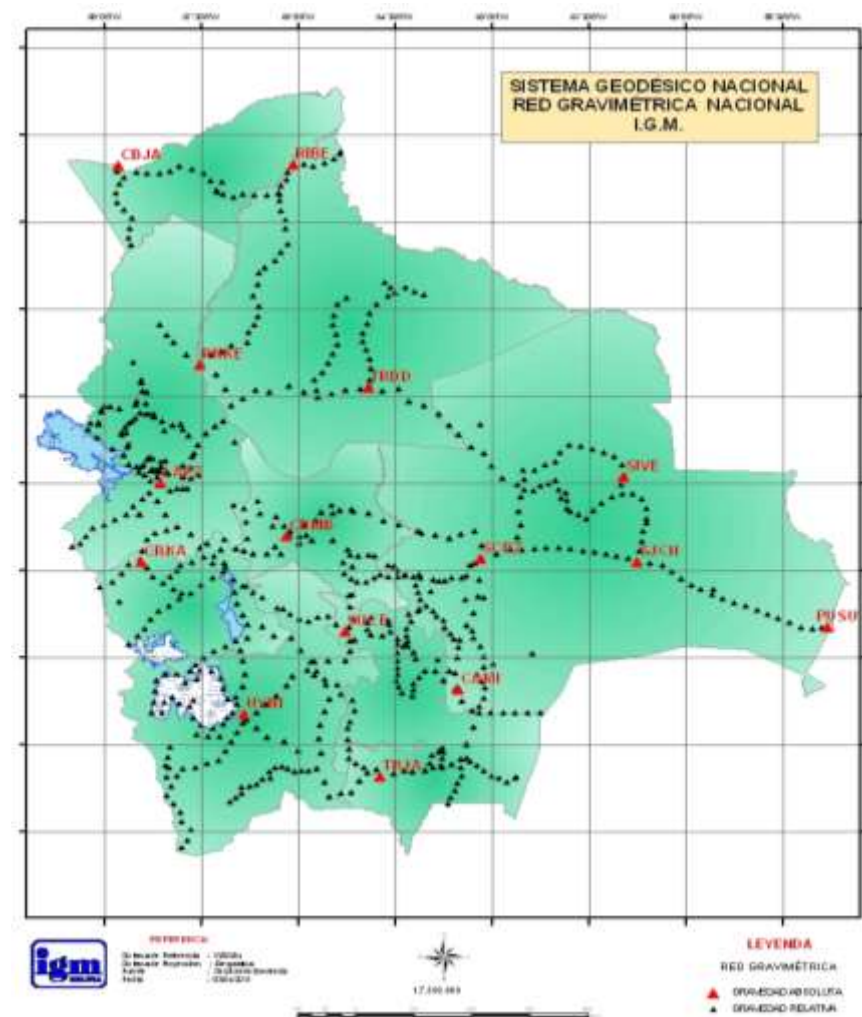
*A. Echalar<sup>1</sup>, M. Bevis<sup>2</sup>, A. Battisti<sup>3</sup>, D. Gomez<sup>4</sup>, M. Zenteno<sup>5</sup>*

- 1) *IGM Bolivia – Centro de InvestigacionEMI Santa cruz - Facultad de Agrimensura UAGRM.*
- 2) *Chair, Division of Geodesy, Ohio State University*
- 3) *Geophysicist CENEGEO.*
- 4) *Director de Geodesia, IGN Argentina (ahora en Ohio State University)*
- 5) *Director IGM Bolivia – Centro de Investigacion EMI La Paz.*

12/4/2019 2:21:07 PM

- Puntos de gravedad absoluta de Bolivia
  - Precisiones de  $\pm 11$  a  $\pm 13 \mu\text{gal}$
  - Gravímetros **Micro G Lacoste A10**
- Medidos en recintos que podrían sufrir alguna modificación en el futuro → **Cambio en el valor absoluto de gravedad**
- Objetivo: mitigar errores que se propaguen a partir de una mala referencia inicial en el valor absoluto de gravedad
  - Se plantea una metodología para establecer referencias de alta precisión muy próximas a estas estaciones
  - El criterio es mantener una precisión similar a aquella de los puntos absolutos

Figura 1.- Medición con Gravímetro Absoluta Micro G Lacoste A10.



Fuente.- (IGM, 2011)

## 2. PROBLEMA.

¿De que manera se podría establecer un punto de GRAVEDAD RELATIVA de alta precisión (PGRAP) que sirva como referencia de control en el ajuste de líneas gravimétricas relativas con gravímetros relativos Lacoste & Roemberg Modelo G?

## 3. OBJETIVO GENERAL.

Mostrar una metodología de mediciones de campo para establecer puntos de gravedad relativa de alta precisión PGRAP que sirvan para reducir la propagación de errores y asegurar el ajuste de líneas gravimétricas relativas.

AG IGMS



PGRAP



Gravimeters L&G





# ANÁLISIS DE LOS DATOS DE LAS MEDICIONES DE PGRAP

## Paso 1: Promedio de observaciones LCR

Measurements and meta-data

hour	min	ID	reading 1	reading 2	reading 3	average	stdev
15	30	1	1936.552	1936.553	1936.551	1936.552	0.001
15	45	2	1936.613	1936.613	1936.611	1936.613	0.001
15	58	1	1936.558	1936.556	1936.558	1936.558	0.001
16	28	2	1936.641	1936.642	1936.642	1936.642	0.001
16	35	1	1936.561	1936.561	1936.561	1936.561	0.000
16	45	2	1936.650	1936.650	1936.651	1936.650	0.001
16	55	1	1936.563	1936.564	1936.564	1936.564	0.001
17	5	2	1936.660	1936.661	1936.662	1936.661	0.001
17	10	1	1936.592	1936.592	1936.592	1936.592	0.000
17	15	2	1936.679	1936.680	1936.680	1936.680	0.001
17	20	1	1936.592	1936.592	1936.592	1936.592	0.000
17	30	2	1936.684	1936.685	1936.683	1936.684	0.001
17	55	1	1936.618	1936.618	1936.619	1936.618	0.001
18	0	2	1936.692	1936.693	1936.692	1936.692	0.001
18	5	1	1936.615	1936.618	1936.618	1936.618	0.002 *
18	10	2	1936.696	1936.695	1936.696	1936.696	0.001
18	15	1	1936.619	1936.621	1936.621	1936.621	0.001
18	20	2	1936.697	1936.697	1936.696	1936.697	0.001
18	24	1	1936.623	1936.624	1936.623	1936.623	0.001
18	40	2	1936.676	1936.674	1936.674	1936.674	0.001
18	47	1	1936.606	1936.604	1936.606	1936.606	0.001
18	55	2	1936.669	1936.669	1936.669	1936.669	0.000
19	0	1	1936.598	1936.598	1936.599	1936.598	0.001
19	5	2	1936.660	1936.661	1936.661	1936.661	0.001
19	12	1	1936.598	1936.598	1936.596	1936.598	0.001
19	20	2	1936.659	1936.659	1936.661	1936.659	0.001
19	25	1	1936.598	1936.599	1936.597	1936.598	0.001
19	33	2	1936.659	1936.660	1936.660	1936.660	0.001
19	39	1	1936.592	1936.591	1936.592	1936.592	0.001
19	45	2	1936.652	1936.652	1936.655	1936.652	0.002 *
19	50	1	1936.590	1936.590	1936.591	1936.590	0.001
19	56	2	1936.648	1936.648	1936.649	1936.648	0.001
20	5	1	1936.580	1936.581	1936.580	1936.580	0.001
20	10	2	1936.646	1936.647	1936.648	1936.647	0.001
20	15	1	1936.579	1936.580	1936.579	1936.579	0.001
20	20	2	1936.642	1936.640	1936.640	1936.640	0.001
20	30	1	1936.545	1936.545	1936.546	1936.545	0.001
20	37	2	1936.635	1936.636	1936.635	1936.635	0.001
20	45	1	1936.542	1936.542	1936.541	1936.542	0.001

## Paso 2: Aplicar curva de calibración LCR y corrección de mareas

hour	min	ID	gravity	time*
15	30	1	1964.9966	0.000
15	45	2	1965.0498	0.250
15	58	1	1964.9863	0.467
16	28	2	1965.0538	0.967
16	35	1	1964.9676	1.083
16	45	2	1965.0523	1.250
16	55	1	1964.9597	1.417
17	5	2	1965.0530	1.583
17	10	1	1964.9805	1.667
17	15	2	1965.0675	1.750
17	20	1	1964.9758	1.833
17	30	2	1965.0649	2.000
17	55	1	1964.9889	2.417
18	0	2	1965.0626	2.500
18	5	1	1964.9862	2.583
18	10	2	1965.0641	2.667
18	15	1	1964.9869	2.750
18	20	2	1965.0631	2.833
18	24	1	1964.9873	2.900
18	40	2	1965.0373	3.167
18	47	1	1964.9680	3.283
18	55	2	1965.0319	3.417
19	0	1	1964.9600	3.500
19	5	2	1965.0242	3.583
19	12	1	1964.9610	3.700
19	20	2	1965.0240	3.833
19	25	1	1964.9629	3.917
19	33	2	1965.0276	4.050
19	39	1	1964.9601	4.150
19	45	2	1965.0227	4.250
19	50	1	1964.9613	4.333
19	56	2	1965.0223	4.433
20	5	1	1964.9567	4.583
20	10	2	1965.0269	4.667
20	15	1	1964.9600	4.750
20	20	2	1965.0243	4.833
20	30	1	1964.9329	5.000
20	37	2	1965.0281	5.117
20	45	1	1964.9383	5.250

Station ID

1 Punto de GA

2 Nueva estacion 'PGRAP'

ID # occupations

1 20

2 19

39 ocupaciones en total

Luego del paso 2 ya se tiene **valores de gravedad en mGals**, pero...

Hay un gran, pero desconocido numero de desviaciones, mas una variacion de la desviacion de la deriva del instrumento por el tiempo.

# Adjustment of the PGRAP Survey

## Paso 1: Promedio de observaciones LCR

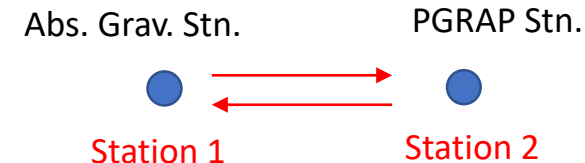
Measurements and meta-data

hour	min	ID	reading 1	reading 2	reading 3	average	stdev
15	30	1	1936.552	1936.553	1936.551	1936.552	0.001
15	45	2	1936.613	1936.613	1936.611	1936.613	0.001
15	58	1	1936.558	1936.556	1936.558	1936.558	0.001
16	28	2	1936.641	1936.642	1936.642	1936.642	0.001
16	35	1	1936.561	1936.561	1936.561	1936.561	0.000
16	45	2	1936.650	1936.650	1936.651	1936.650	0.001
16	55	1	1936.563	1936.564	1936.564	1936.564	0.001
17	5	2	1936.660	1936.661	1936.662	1936.661	0.001
17	10	1	1936.592	1936.592	1936.592	1936.592	0.000
17	15	2	1936.679	1936.680	1936.680	1936.680	0.001
17	20	1	1936.592	1936.592	1936.592	1936.592	0.000
17	30	2	1936.684	1936.685	1936.683	1936.684	0.001
17	55	1	1936.618	1936.618	1936.619	1936.618	0.001
18	0	2	1936.692	1936.693	1936.692	1936.692	0.001
18	5	1	1936.615	1936.618	1936.618	1936.618	0.002 *
18	10	2	1936.696	1936.695	1936.696	1936.696	0.001
18	15	1	1936.619	1936.621	1936.621	1936.621	0.001
18	20	2	1936.697	1936.697	1936.696	1936.697	0.001
18	24	1	1936.623	1936.624	1936.623	1936.623	0.001
18	40	2	1936.676	1936.674	1936.674	1936.674	0.001
18	47	1	1936.606	1936.604	1936.606	1936.606	0.001
18	55	2	1936.669	1936.669	1936.669	1936.669	0.000
19	0	1	1936.598	1936.598	1936.599	1936.598	0.001
19	5	2	1936.660	1936.661	1936.661	1936.661	0.001
19	12	1	1936.598	1936.598	1936.596	1936.598	0.001
19	20	2	1936.659	1936.659	1936.661	1936.659	0.001
19	25	1	1936.598	1936.599	1936.597	1936.598	0.001
19	33	2	1936.659	1936.660	1936.660	1936.660	0.001
19	39	1	1936.592	1936.591	1936.592	1936.592	0.001
19	45	2	1936.652	1936.652	1936.655	1936.652	0.002 *
19	50	1	1936.590	1936.590	1936.591	1936.590	0.001
19	56	2	1936.648	1936.648	1936.649	1936.648	0.001
20	5	1	1936.580	1936.581	1936.580	1936.580	0.001
20	10	2	1936.646	1936.647	1936.648	1936.647	0.001
20	15	1	1936.579	1936.580	1936.579	1936.579	0.001
20	20	2	1936.642	1936.640	1936.640	1936.640	0.001
20	30	1	1936.545	1936.545	1936.546	1936.545	0.001
20	37	2	1936.635	1936.636	1936.635	1936.635	0.001
20	45	1	1936.542	1936.542	1936.541	1936.542	0.001

## Paso 2: Aplicar curva de calibración LCR y corrección de mareas

hour	min	ID	gravity	time*
15	30	1	1954.9966	0.000
15	45	2	1955.0498	0.250
15	58	1	1954.9863	0.467
16	28	2	1955.0538	0.967
16	35	1	1954.9676	1.083
16	45	2	1955.0523	1.250
16	55	1	1954.9597	1.417
17	5	2	1965.0530	1.583
17	10	1	1954.9805	1.667
17	15	2	1955.0675	1.750
17	20	1	1954.9758	1.833
17	30	2	1955.0649	2.000
17	55	1	1954.9889	2.417
18	0	2	1965.0626	2.500
18	5	1	1964.9862	2.583
18	10	2	1955.0641	2.667
18	15	1	1954.9869	2.750
18	20	2	1955.0631	2.833
18	24	1	1954.9873	2.900
18	40	2	1955.0373	3.167
18	47	1	1954.9680	3.283
18	55	2	1955.0319	3.417
19	0	1	1964.9600	3.500
19	5	2	1965.0242	3.583
19	12	1	1954.9610	3.700
19	20	2	1955.0240	3.833
19	25	1	1954.9629	3.917
19	33	2	1955.0276	4.050
19	39	1	1954.9601	4.150
19	45	2	1955.0227	4.250
19	50	1	1954.9613	4.333
19	56	2	1955.0223	4.433
20	5	1	1964.9567	4.583
20	10	2	1955.0269	4.667
20	15	1	1954.9600	4.750
20	20	2	1955.0243	4.833
20	30	1	1954.9329	5.000
20	37	2	1955.0281	5.117
20	45	1	1954.9383	5.250

Station ID  
 1 Estacion de gravedad absoluta  
 2 Nueva estacion 'PGRAP'



Secuencia de ocupaciones:  
 1 - 2 - 1 - 2 - 1 - 2 ... - 2 - 1

Paso 3: estimar el índice de deriva, resolver la diferencia de gravedad.

Para las mediciones relativas en la estación 1

$$g^m(t) = g_1 + r t + \varepsilon$$

Donde  $g_1$  es el valor de  $g$  en la estación 1 cuando  $t=0$ ,  $r$  índice de deriva del gravímetro, y  $\varepsilon$  un error aleatorio

Para las mediciones relativas en la estación 2

$$g^m(t) = g_2 + r t + \varepsilon$$

donde  $g_2$  es el valor  $g$  de la gravedad en la estación 2 cuando  $t=0$

De esa manera resolviendo un sistema por mínimos cuadrados (MM CC)  $\mathbf{A} \mathbf{x} = \mathbf{d} + \varepsilon$

La solución por MMCC para  $\mathbf{x}$  también nos proporciona una matriz de covarianza,  $\mathbf{C}_x$ , para esta solución.

Eliminamos la desviación constante en  $g_1$  y  $g_2$

La gravedad relativa  $\Delta g = g_2 - g_1 = \mathbf{D} \mathbf{x}$

donde la matriz diferencia  $\mathbf{D} = [-1 \ 1 \ 0]$

Por lo tanto la covarianza,  $\mathbf{C}_{\Delta g}$ , de  $\Delta g$  es dado por  $\mathbf{C}_{\Delta g} = \mathbf{D} \mathbf{C}_x \mathbf{D}'$

Sean: Matriz,  $\mathbf{A}$

Vector de datos,  $\mathbf{d}$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & t_1 \\ 0 & 1 & t_2 \\ 1 & 0 & t_3 \\ 0 & 1 & t_4 \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 1 & t_{n-1} \\ 1 & 0 & t_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_1^m \\ g_2^m \\ g_3^m \\ g_4^m \\ \cdot \\ \cdot \\ g_n^m \end{bmatrix}$$

Encontrar: la solución del vector

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \\ r \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{Gravedad corregida por deriva en 1} \\ \text{Gravedad corregida por deriva en 2} \\ \text{índice de deriva} \end{array}$$

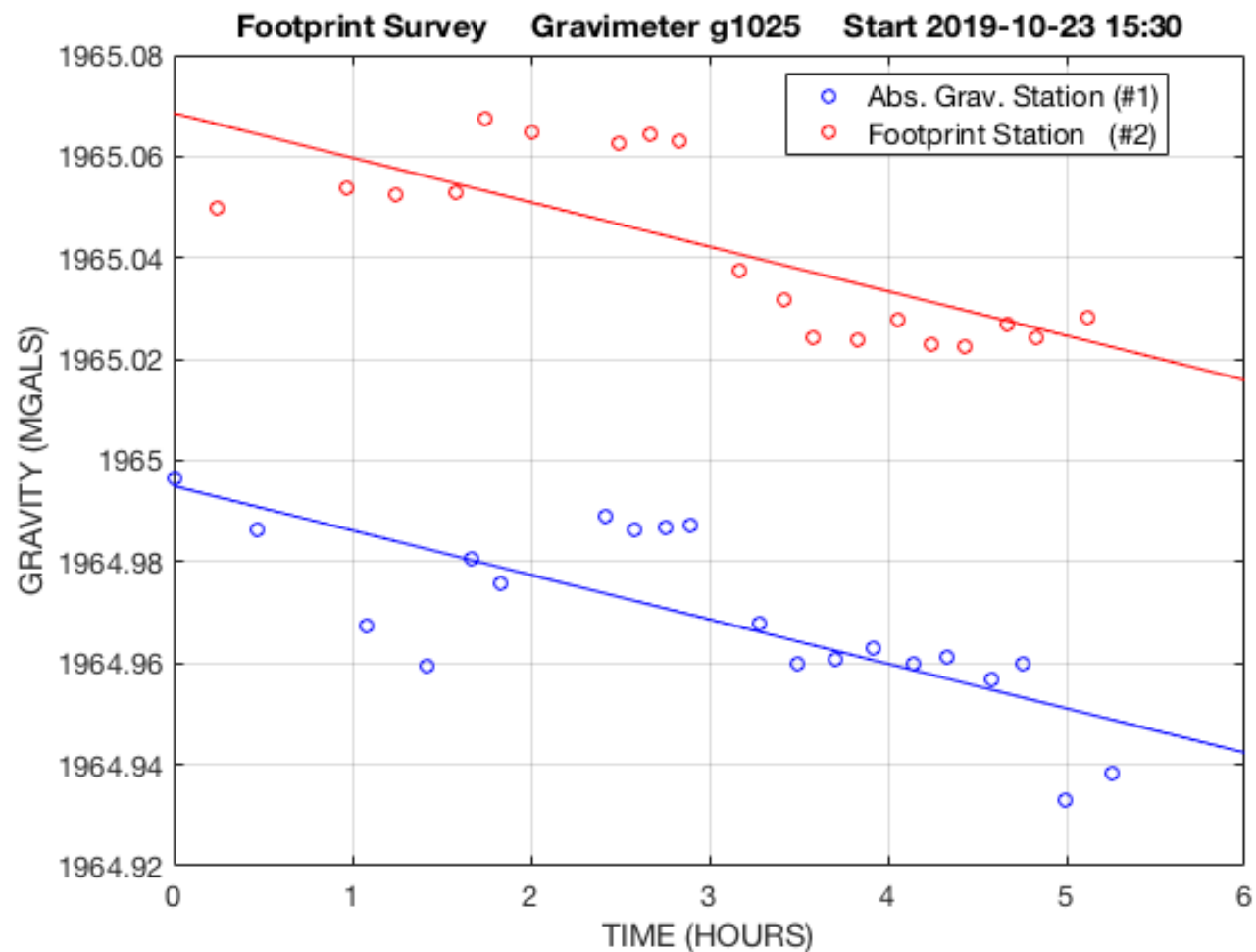
para datos de pesos iguales:

la solución de LS  $\mathbf{x} = (\mathbf{A}' \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}' \mathbf{d}$

su covarianza es  $\mathbf{C}_x = s^2 (\mathbf{A}' \mathbf{A})^{-1}$

donde  $s^2 = (\mathbf{b} - \mathbf{A} \mathbf{x})' (\mathbf{b} - \mathbf{A} \mathbf{x}) / (n - 3)$

es la varianza por unidad de peso



Índice e deriva estimado,  $r = -0.0088 \pm 0.0013$  mgal/hr  
 RMS residual (ambas estaciones) = 0.011 mgals

Diferencial de gravedad relativa

$$(\mathbf{g}_{\text{GRAP}} - \mathbf{g}_{\text{Abs}}) \text{ or } (g2 - g1) = 0.074 \pm 0.004 \text{ mgals}$$

Paso 4: Estimar el valor absoluto de la gravedad en PGRAP

De la medición de gravedad absoluta de 2011

Gravedad Absoluta en la estación 1 =  $g_1 \pm \sigma_1 = 978350.574 \pm 0.013$  mgals

De la medición de PGRAP en 2019

Diferencia de gravedad =  $\Delta g \pm \sigma_{\Delta} = 0.074 \pm 0.004$  mgals

Podemos inferir que:

Gravedad cuasi absoluta en la estación 2 =  $g_2 \pm \sigma_2 = 978350.648 \pm 0.014$  mgals

Donde:

$$g_2 = g_1 + \Delta g$$

$$\sigma_2^2 = \sigma_1^2 + \sigma_{\Delta}^2 \text{ entonces } \Rightarrow \sigma_2^2 = (0.013)^2 + (0.004)^2$$
$$\sigma_2 = 0.014 \text{ mgals}$$



Paso 4: Estimar el valor absoluto de la gravedad en PGRAP

De la medición de gravedad absoluta de 2011

Gravedad absoluta en la estación 1 =  $g_1 \pm \sigma_1 = 978350.574 \pm 0.013$  mgals

precisión = 13  $\mu$ gals

De la medición de PGRAP en 2019

Diferencia de gravedad =  $\Delta g \pm \sigma_{\Delta} = 0.074 \pm 0.004$  mgals

Observando:

Hay una muy pequeña pérdida de precisión en la estación 2

Podemos inferir que

La gravedad absoluta en la estación 2 =  $g_2 \pm \sigma_2 = 978350.648 \pm 0.014$  mgals

precisión = 14  $\mu$ gals

Donde:

$$g_2 = g_1 + \Delta g$$

$$\sigma_2^2 = \sigma_1^2 + \sigma_{\Delta}^2$$

Las 39 ocupaciones se hicieron empleando un instrumento L&R modelo G en un periodo < a 5 horas.

La distancia entre puntos < 30 metros.

El RMS residual en ambas estaciones es igual a = 0.011 mgals

Gravedad absoluta en la estación 1 =  $g_1 \pm \sigma_1 = 978350.574 \pm 0.013$  mgals

Gravedad “absoluta” en la estación 2 =  $g_2 \pm \sigma_2 = 978350.648 \pm 0.014$  mgals

El punto PGRAP puede ser empleado para mejorar las precisiones en el calculo de anomalías por la facilidad en la medición de alturas elipsoidales.

Con el valor del “footprint” de la estación de Gravedad Absoluta IGMS se asegura que las mediciones gravimétricas futuras tienen garantía.



GRACIAS....