Predicción de coordenadas GNSS usando análisis estocástico de series temporales.

Richard G. Serrano

Departamento de Ingeniería Civil,

Universidad Técnica Particular de Loja – Ecuador,

Simposio SIRGAS 2016,

Quito, 16 – 18 de noviembre de 2016.

Agenda

- Conceptos básicos
- Algoritmo
- Fundamento matemático
- Comentarios

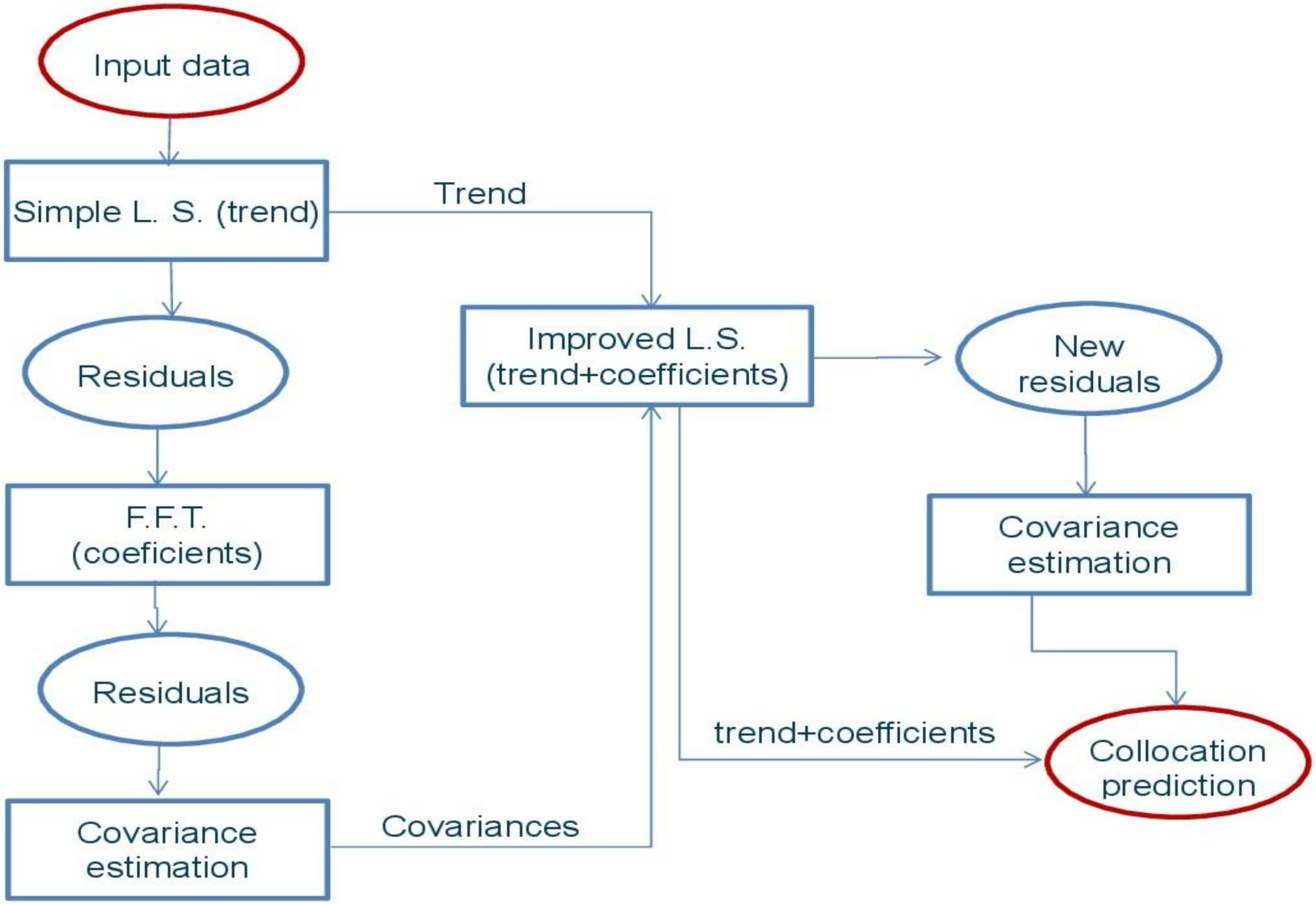
Conceptos básicos

- *Una serie de tiempo es una secuencia de **observaciones** en la que cada elemento está asociado con un instante en el tiempo.*
- *El análisis de varios conjuntos de **observaciones** para la misma secuencia de períodos de tiempo se denomina análisis de series temporales múltiples.*
- *Las **observaciones** se denotan* $X_1, X_2, X_3, \ldots, X_t, \ldots, X_T$, *donde* $t=1, 2, 3, \ldots, T$, *donde* T *es la longitud de la serie temporal.*
- *Cuando las **observaciones** son completamente aleatorias se trata de un proceso estocástico.*
- *Los elementos aleatorios pueden ser estimados usando la teoría de la probabilidad.*

Conceptos básicos

- *Los objetivos del análisis de series temporales son descripción, explicación, predicción y control de las **observaciones** de la serie.*
- *El comportamiento de las series temporales puede ser descrito en términos de dos componentes: tendencia y estacionalidad.*
- *Tendencia, significa que los valores de las **observaciones** incrementan o disminuyen en el dominio tiempo.*
- *Estacionalidad, es la variación periódica y predecible de las **observaciones** en un periodo inferior o igual a un año.*
- *La forma más frecuente de monitorear las deformaciones terrestres es el análisis de series temporales elaboradas con **observaciones** GNSS.*

Algoritmo



Input data
Simple L. S. (trend)
Trend
Residuals
Improved L.S. (trend+coefficients)
New residuals
F.F.T. (coeficients)
Covariance estimation
Residuals
trend+coefficients
Collocation prediction
Covariance estimation
Covariances

Fundamento matemático

- *Modelo linear*

$$y_{i=} a + bt_i + \sum_{m=0}^{m_0}[A_m \cos(w_m t_i) + B_m \sin(w_m t_i)] + \sum_{k=1}^{j} H(t_i - T_k)\, g_k + \varepsilon_i \qquad (1)$$

- *Notación matricial de (1)*

$$\mathbf{y} = \mathbf{Ax} + \mathbf{b} + \boldsymbol{\varepsilon} \qquad (2)$$

$\mathbf{x}$ *son los parámetros desconocidos (residuals)* a, b, A_m, B_m, g_k

- *Mínimos cuadrados*

$$\hat{\mathbf{x}} = \left(\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\mathbf{C}^{-1}\mathbf{A}\right)^{-1}\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\mathbf{C}^{-1}\mathbf{y} \qquad (3)$$

C *es la matriz de la covarianza y* ***A*** *es la matriz de diseño*

- *La desviación estándar de los parámetros desconocidos es*

$$\boldsymbol{\sigma}_x^2 = \left(\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\mathbf{C}^{-1}\mathbf{A}\right)^{-1} \qquad (4)$$

Fundamento matemático

- *Modelo determinístico de la función empírica de la covarianza en (2)*

$$\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b} + \mathbf{s} + \mathbf{n} \qquad (5)$$

- *La hipótesis de la función empírica de la covarianza es que la señal* **s** *de (5) se comporta como un proceso estocástico.*

- *Con esta hipótesis es posible estimar la autocovarianza de (5) con la siguiente función*

$$\mathbf{C}_{\mathbf{yy}} = \mathbf{C}_{\mathbf{ss}} + \mathbf{C}_{\mathbf{nn}} \qquad (6)$$

- *La ecuación (3) puede ahora ser estimada con*

$$\hat{\mathbf{x}} = \left(\mathbf{A}^{\mathbf{T}}\mathbf{C}_{yy}^{-1}\mathbf{A}\right)^{-1}\mathbf{A}^{\mathbf{T}}\mathbf{C}_{yy}^{-1}\mathbf{y} \qquad (7)$$

- *El error estándar de los parámetros desconocidos, ahora es*

$$\boldsymbol{\sigma}_x^2 = \left(\mathbf{A}^{\mathbf{T}}\mathbf{C}_{yy}^{-1}\mathbf{A}\right)^{-1} \qquad (8)$$

Comentarios

- *La tendencia (trend), los parámetros aleatorios (random) y la estimación de la autocovarianza (covariance) pueden ser determinados con métodos estocásticos.*
- *El modelo de predicción (forecasting) de coordenadas GNSS obtenido con esta investigación, se ajustará cuantas más observaciones se disponga.*
- *Los resultados de dirección y magnitud de desplazamiento de las estaciones GNSS determinadas con esta metodología, deben ser comparadas con los resultados obtenidos con otras metodologías.*

GRACIAS!!!