



SIMPOSIO SIRGAS 2018

Modernización de la Red Vertical de Referencia Fundamental de Ecuador en el Contexto del Establecimiento del *International Height Reference System - IHR*

José Carrión¹; Sílvia R. C. de Freitas²; Alfonso Tierra³; Christian Barahona¹ ; Riccardo Barzaghi⁴

¹INSTITUTO GEOGRÁFICO MILITAR DE ECUADOR
DEPARTAMENTO DE GEODESIA



²UNIVERSIDAD FEDERAL DE PARANÁ
DEPARTAMENTO DE GEOMÁTICA



³UNIVERSIDAD DE LAS FUERZAS ARMADAS – ESPE
GRUPO GEOESPACIAL



⁴POLITECNICO DE MILÁN
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL Y AMBIENTAL



POLITECNICO
MILANO 1863

Aguascalientes, 11 de octubre de 2018



SIRGAS²⁰¹⁸
SISTEMA
DE REFERENCIA GEOCÉNTRICO
PARA LAS AMÉRICAS
Agua Calientes, México

CONTENIDOS

I. Introducción

II. Área de estudio y fuentes de datos

III. Métodos

IV. Análisis de resultados

V. Conclusiones y recomendaciones



SIRGAS 2018
SISTEMA
DE REFERENCIA GEOCÉNTRICO
PARA LAS AMÉRICAS
Agua Calientes, México

- Ecuador no dispone de un Sistema Vertical de Referencia con características físicas.
- La Red de Nivelación Fundamental de Ecuador está referida a un *Datum* Vertical Local (DVL) → mareógrafo La Libertad.
- La vinculación de la referencia local y el DVG ($W_0 = 62\,636\,853,4 \text{ m}^2\text{s}^{-2}$) debe ser realizada en función del conocimiento de $\delta W = W_0 - W_0^i$.
- Para la materialización del Sistema Vertical de Referencia en Ecuador, es necesario el cálculo y ajuste de números geopotenciales referidos a una superficie de referencia global.

OBJETIVO: Vincular la Red de Nivelación Fundamental de Ecuador al IHRs mediante el cálculo y ajuste de números geopotenciales referidos al datum vertical global establecido por la IAG.



SIRGAS 2018
SISTEMA
DE REFERENCIA GEOCÉNTRICO
PARA LAS AMÉRICAS
Agua Calientes, México

II. ÁREA DE ESTUDIO Y FUENTES DE DATOS

Referencias de nivel

5055

Nodos

92

Líneas de nivelación

100

Anillos

32

**Primer
orden**

Red básica
de control
vertical

$4 \text{ mm } \sqrt{k}$

$6 \text{ mm } \sqrt{k}$

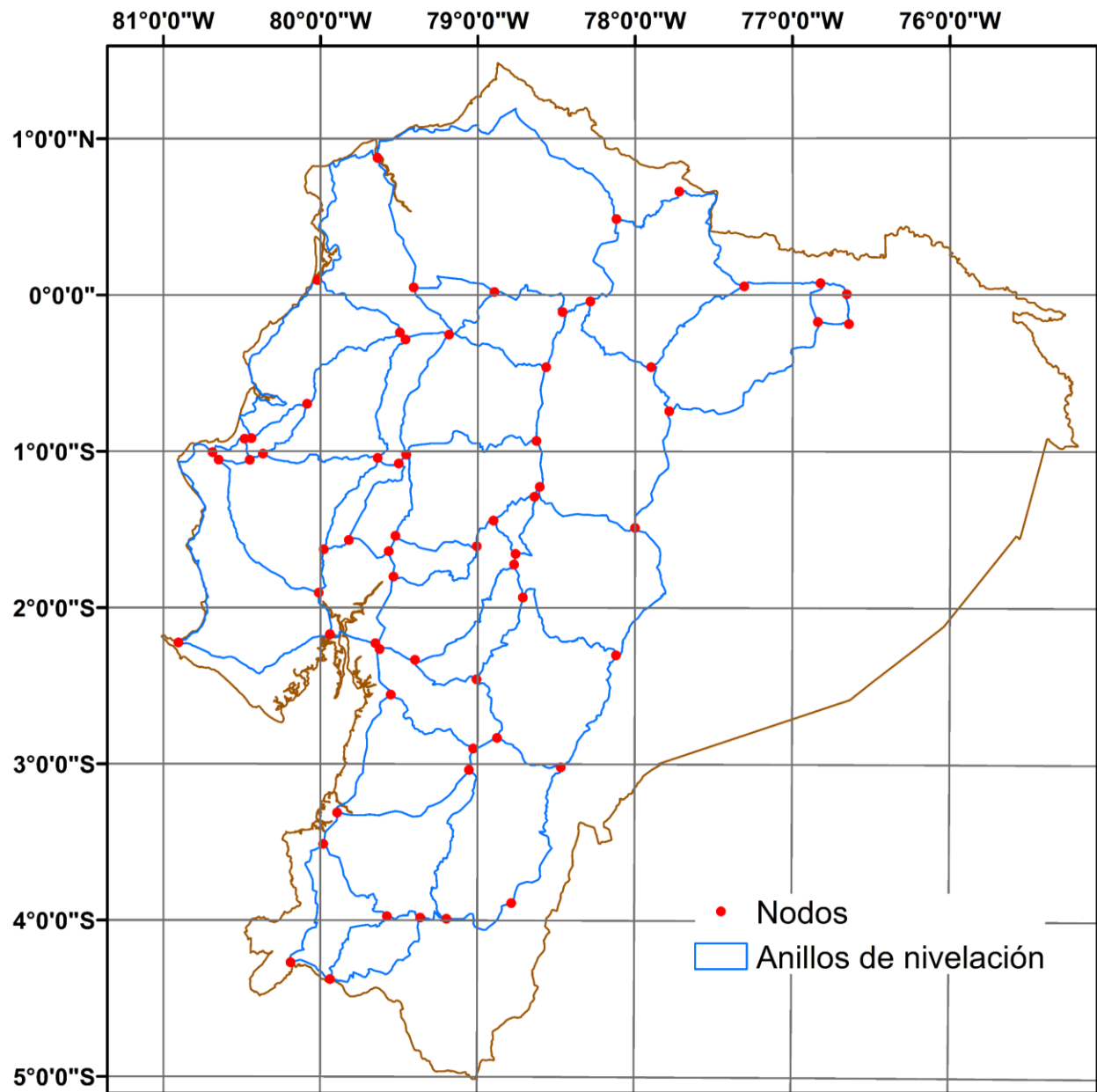
**Segundo
orden**

Proyectos
especiales

$8.4 \text{ mm } \sqrt{k}$

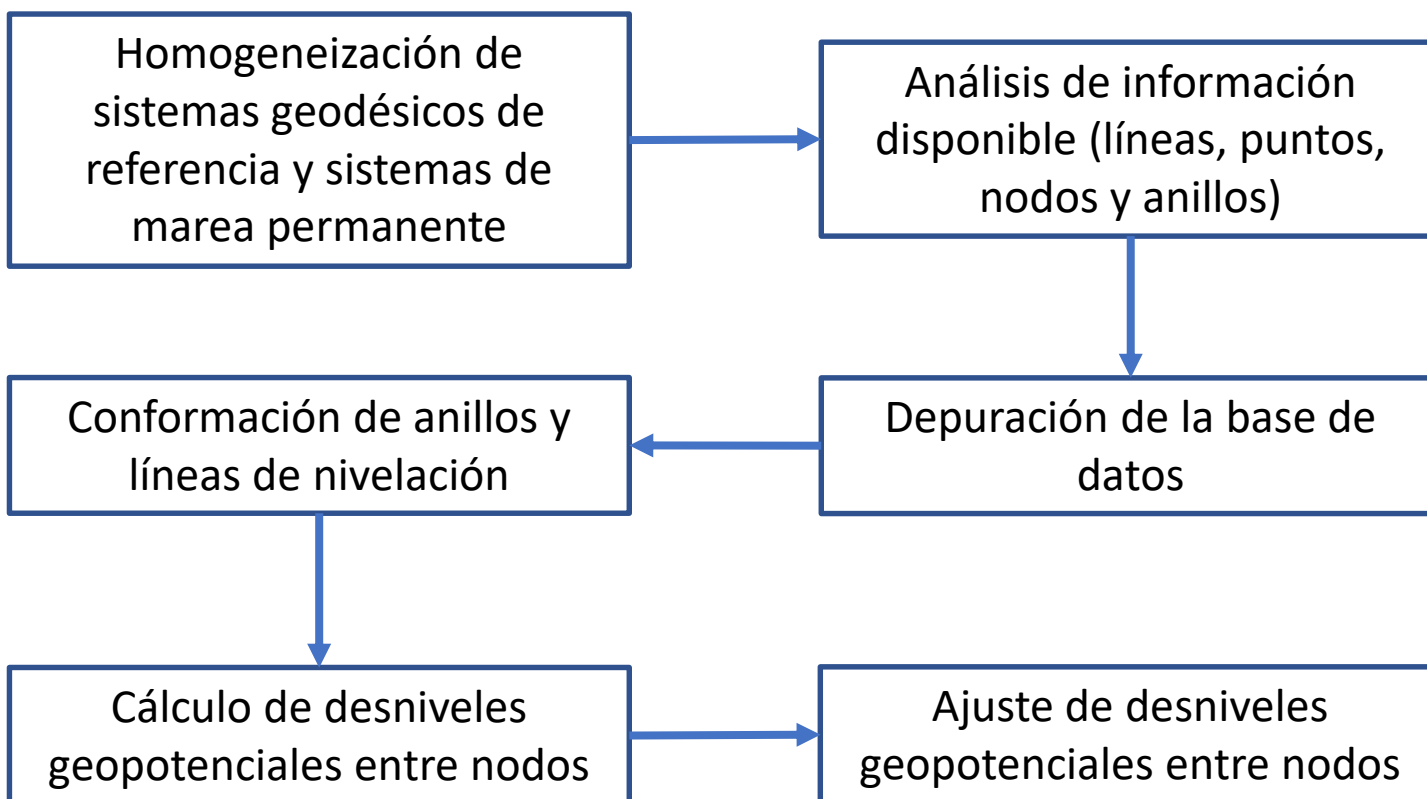
Planos de
ciudades

$9 \text{ mm } \sqrt{k}$





PROCESO PARA EL AJUSTE DE DESNIVELES GEOPOTENCIALES

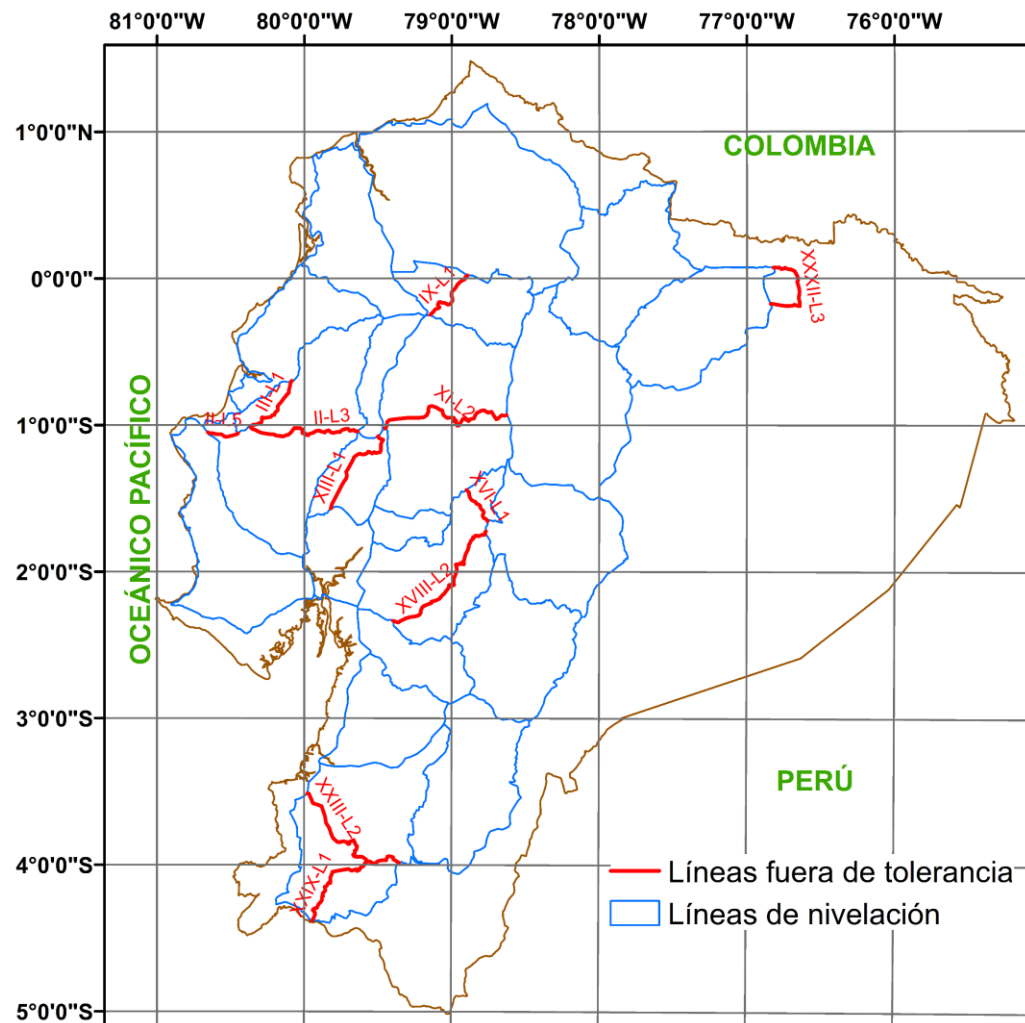


Análisis de los errores de cierre de los circuitos de nivelación y selección de anillos a ser utilizados

Depuración de la base de datos

Nodos	41
Líneas de nivelación	62
Anillos	21

Criterio: $8.4 \text{ mm } \sqrt{k}$



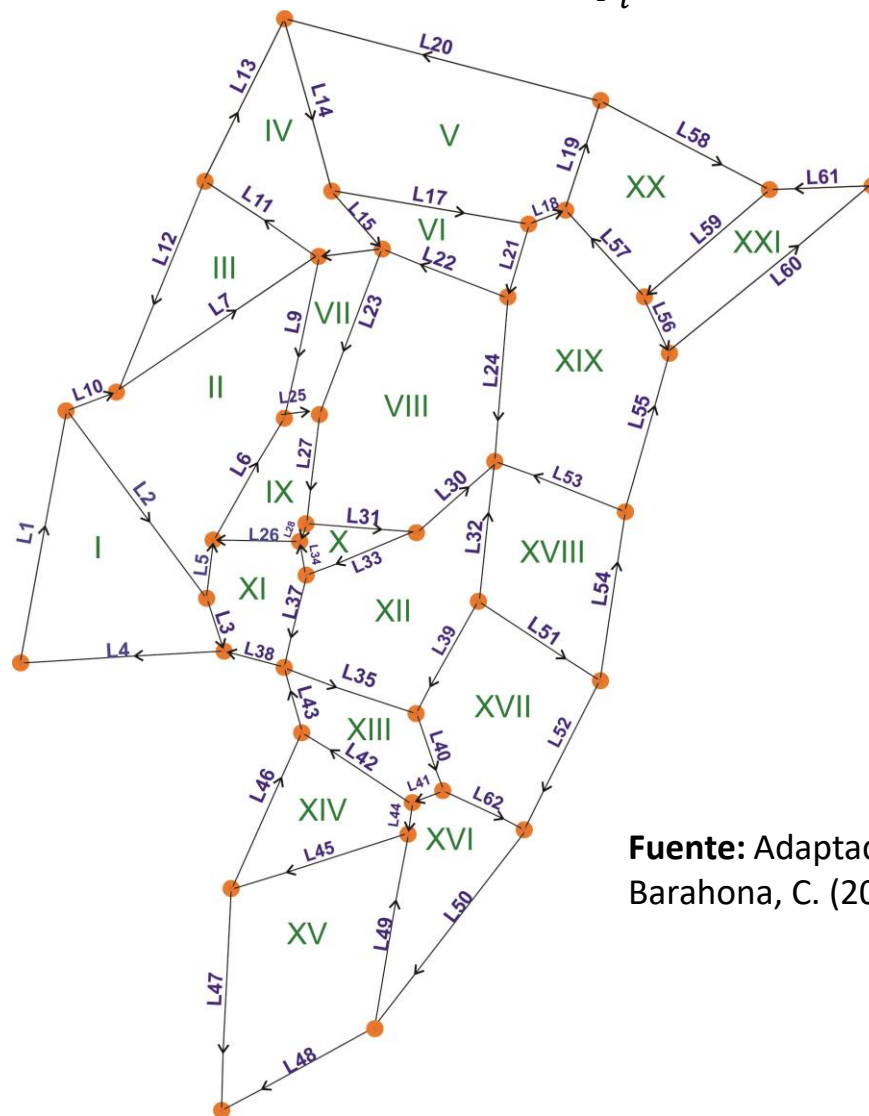


SIRGAS 2018
SISTEMA
DE REFERENCIA GEOCÉNTRICO
PARA LAS AMÉRICAS
Agua Calientes, México

CÁLCULO DE DESNIVELES GEOPOTENCIALES

$$\Delta C = \sum_{P_i}^{P_{i+1}} g \cdot dn$$

Línea de nivelación	Desnivel (ugp)
I-L1	93.0297
I-L2	-93.1858
I-L4	4.0587
I-L5	-3.9875
II-L1	8.5063
II-L2	57.3237
IV-L1	213.1135
III-L3	14.2074
III-L4	-172.6553
V-L1	-82.0272
.	.
.	.
.	.
.	.

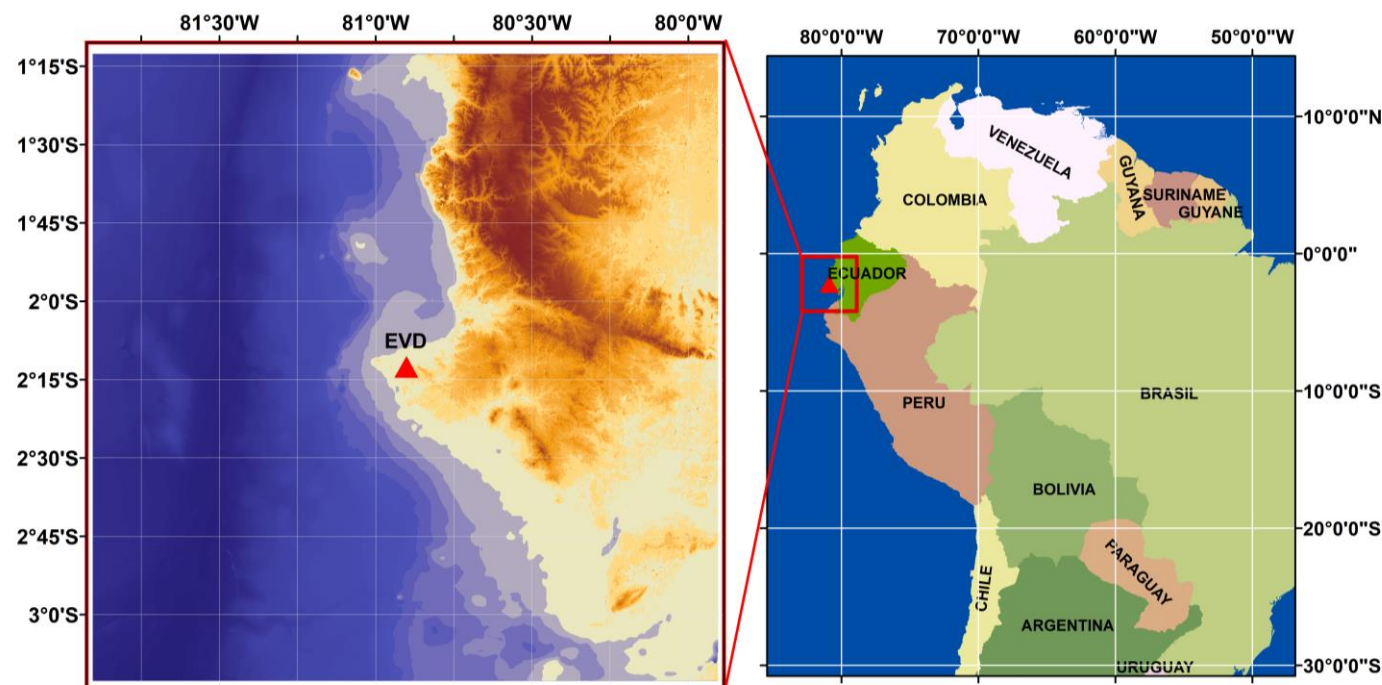


Fuente: Adaptado de Barahona, C. (2016)



SIRGAS 2018
SISTEMA
DE REFERENCIA GEOCÉNTRICO
PARA LAS AMÉRICAS
Aguascalientes, México

DATUM VERTICAL DE ECUADOR:



Referencia de nivel fundamental: BM03

Época de observaciones del nivel del mar: 1988 – 2009

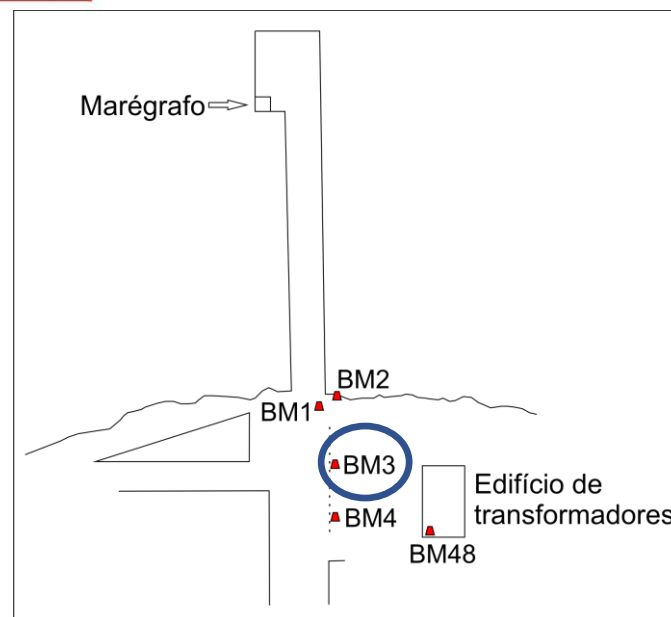
Mareógrafo: La Libertad

Cota inicial: 6.2707 m

Latitud: -2°13'10,1178"

Longitud: -80°54'19,4667"

h = 18.112 m



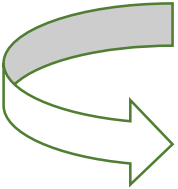


SIRGAS 2018
SISTEMA
DE REFERENCIA GEOCÉNTRICO
PARA LAS AMÉRICAS
Agua Calientes, México

AJUSTE DE DESNIVELES GEOPOTENCIALES:

Solución por mínimos cuadrados $\Rightarrow (Ax - L_b)^T (Ax - L_b) = \min \Rightarrow x = (A^T P A)^{-1} A^T P L_b$

Método correlativo: $F(L_a) = F(L_b + V) = 0$


$$F(L_a) = F(L_b) + \left. \frac{dF}{dL_a} \right|_{L_b} (L_a - L_b)$$

$$V = P^{-1} B^T K \quad \Rightarrow \quad L_a = L_b + V$$

Ecuaciones de condición:

$$L1 + L2 + L3 + L4 = 0$$

$$L10 + L7 + L8 + L9 - L6 - L5 - L2 = 0$$

$$-L12 - L11 - L7 = 0$$

$$L13 + L14 + L15 + L16 - L8 + L11 = 0$$

$$-L20 - L19 - L18 - L17 - L14 = 0$$

.

.



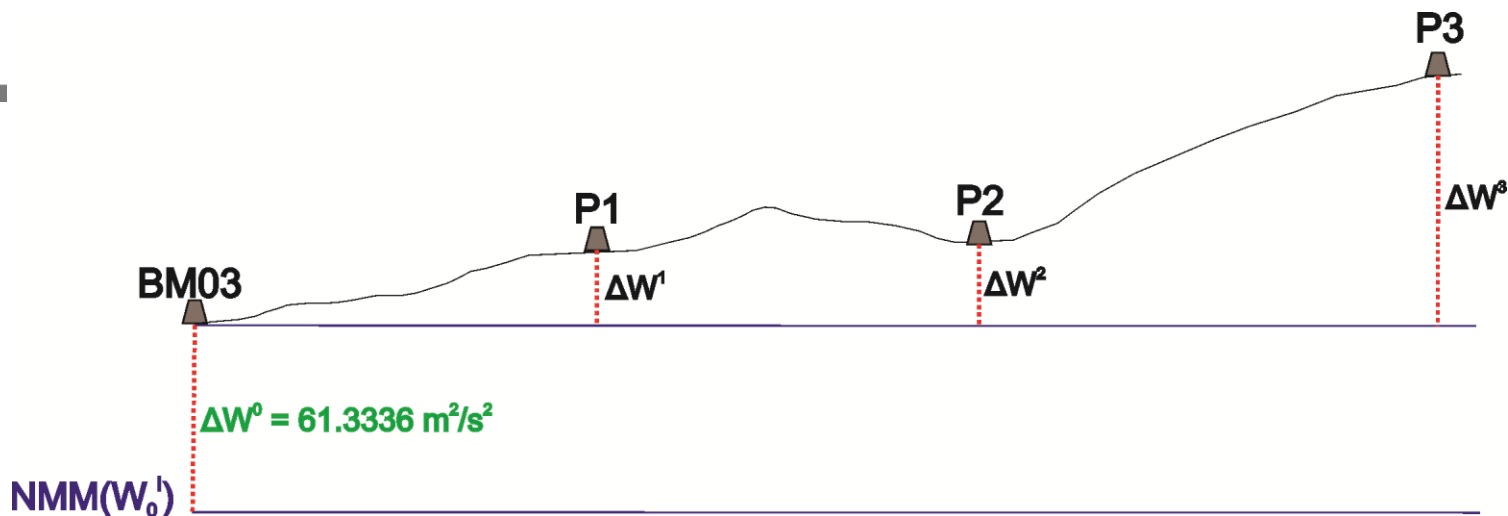
AJUSTE DE DESNIVELES GEOPOTENCIALES (resultados):

Línea de nivelación	Desnivel ajustado (ugp)	Residuo (ugp)
I-L1	93.0711	0.0413
I-L2	-93.1702	0.0156
I-L4	4.0611	0.0023
I-L5	-3.9619	0.0256
II-L1	8.5075	0.0012
II-L2	57.3408	0.0171
IV-L1	213.1273	0.0137
III-L3	14.2082	0.0008
III-L4	-172.6335	0.0217
V-L1	-82.0239	0.0032
.	.	.
.	.	.
.	.	.
.	.	.



SIRGAS 2018
SISTEMA
DE REFERENCIA GEOCÉNTRICO
PARA LAS AMÉRICAS
Aguascalientes, México

CÁLCULO DE NÚMEROS GEOPOTENCIALES:



$$\Delta W^0 = \bar{g} * H = 9.78097761 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} * 6.2707 \text{ m} = 61.3336 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$$

$$C_1 = \Delta W^0 + \Delta W^1$$

$$C_2 = C_1 + \Delta W^2$$

$$C_3 = C_2 + \Delta W^3$$

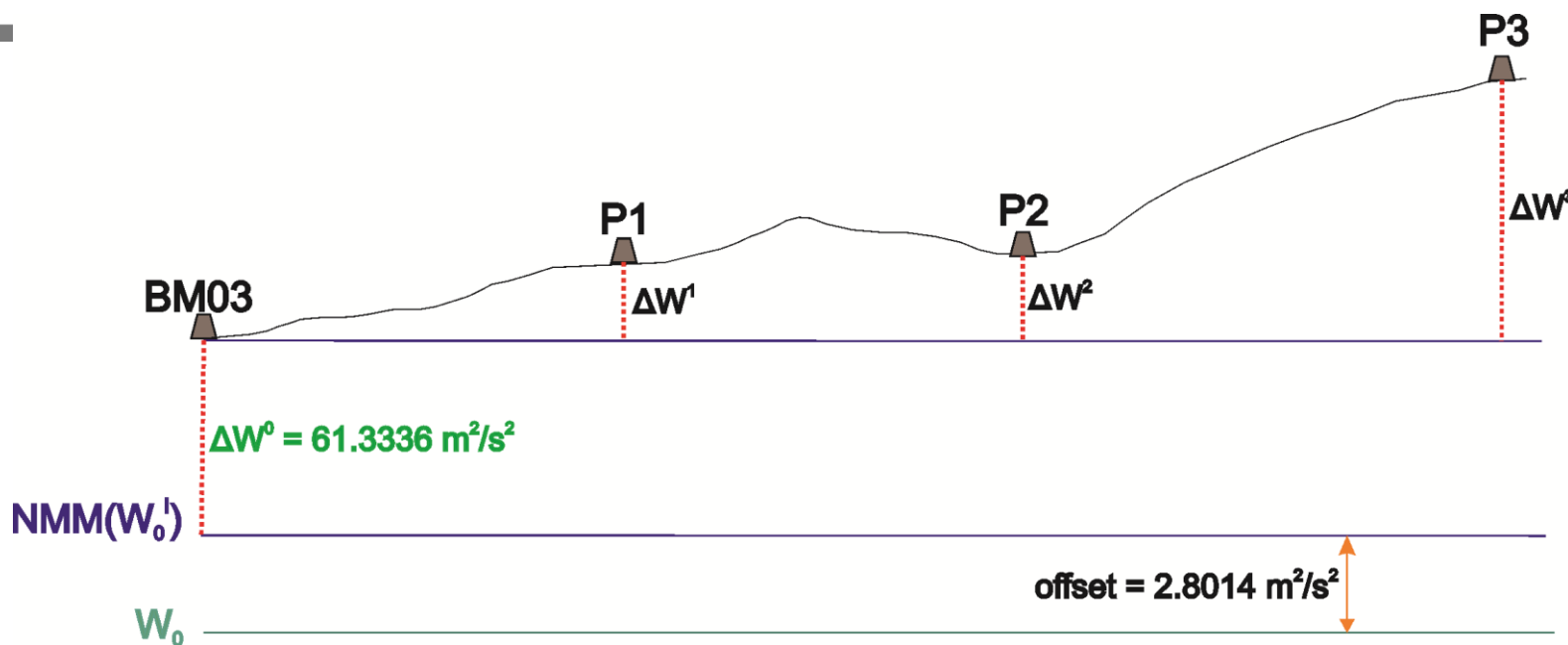
Gravedad media $\bar{g} = g - \left(\frac{1}{2} \frac{\partial \gamma}{\partial h} + 2\pi G \rho \right) H$

$$\left\{ \begin{array}{l} g = 9.78096794 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \\ G = 6.673 \times 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} \\ \rho = 2.67 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \\ H_{\text{niv}} = 6.2707 \text{ m} \end{array} \right.$$



SIRGAS 2018
SISTEMA
DE REFERENCIA GEOCÉNTRICO
PARA LAS AMÉRICAS
Agua Calientes, México

CÁLCULO DE NÚMEROS GEOPOTENCIALES REFERIDOS AL W_0 :



$$C_1 = \mathbf{d}H_0 + \Delta W^0 + \Delta W^1$$

$$C_2 = C_1 + \Delta W^2$$

$$C_3 = C_2 + \Delta W^3$$

Gravedad observada



Δg (de superficie o de Molodensky)

Remover



Δg_{RES}



Solución libre del PVCG

$$\zeta = \zeta_0 + \zeta_1 + \zeta_2 + \dots$$

$$T_0 = \boxed{\zeta_0} \gamma = \frac{R}{r\pi} \int_{\sigma} Z_0 S(\Psi) d\sigma \quad T_1 = \boxed{\zeta_1} \gamma = \frac{R}{r\pi} \int_{\sigma} Z_1 S(\Psi) d\sigma$$

$$Z_0 = \Delta g_M$$

$$Z_1 = \frac{R^2}{2\pi} \int_{\sigma} \frac{h - h_p}{l^3} [\Delta g_M + \frac{3\bar{g}}{2R} \zeta_0] d\sigma$$

$$\zeta = \frac{GM}{r\gamma} \left[\sum_{n=2}^{n_{max}} \left[\frac{a}{r} \right]^n \sum_{m=0}^n \bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \cos m\lambda \sin m\lambda \right] \bar{P}_{nm}(\sin\phi)$$

$$W_0 = 62\,636\,853.4 \text{ m}^2\text{s}^{-2}$$



$$\text{Offset} = W_0 - W_P$$



$$W_P = T_P + U_P$$

$$U_P = U_0 + \frac{\partial U_0}{\partial h} h_p$$

$$T_P = \zeta_P \gamma_0$$

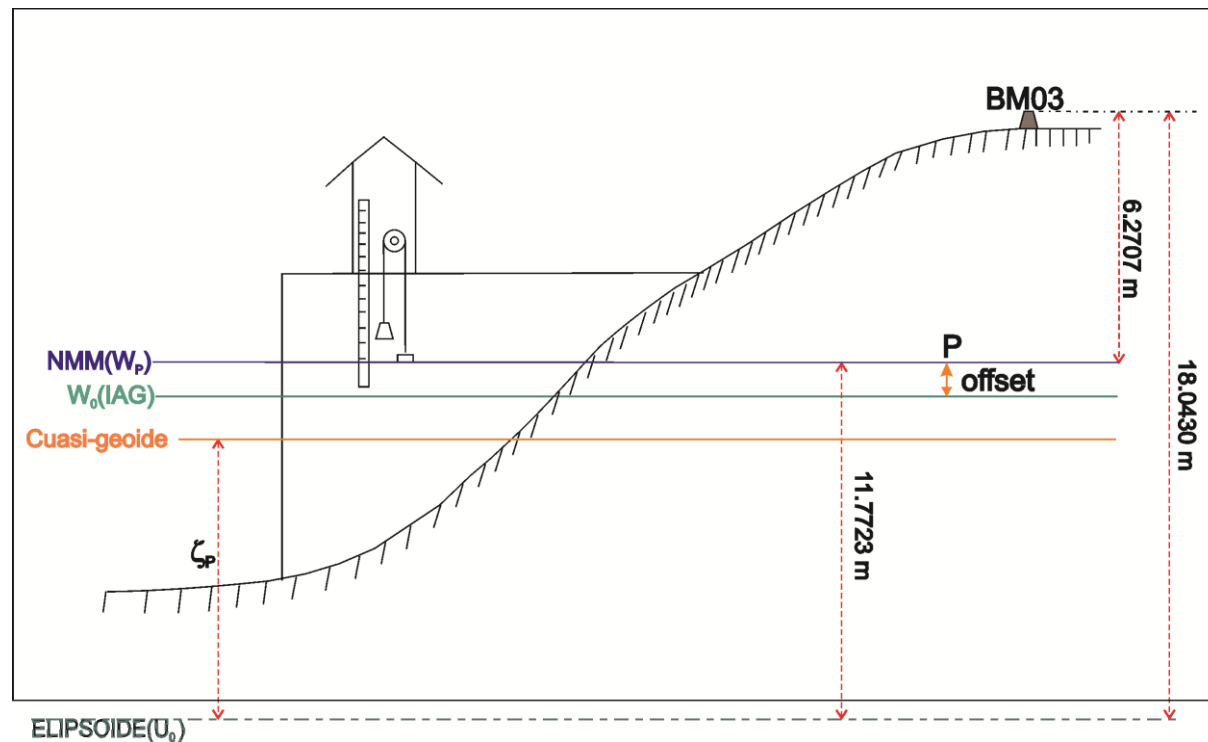
Restaurar

$$\zeta^P = \boxed{\zeta_{RES}} + \zeta_{MGG} + \zeta_{RTM}$$

$$\zeta_{prism} = \frac{V_{RTM}}{\gamma_Q} ; \zeta_{RTM} = \sum_{i=1}^k \zeta_{prism\,i}$$

CÁLCULO DE W_0^i PARA EL DATUM VERTICAL DE ECUADOR

ζp (m)	10.8873
dH_o (m)	0.2814
dW (m ² /s ²)	2.8014





IV. RESULTADOS

[illegible]



SIRGAS 2018
SISTEMA
DE REFERENCIA GEOCÉNTRICO
PARA LAS AMÉRICAS

Aguascalientes, México

- El conocimiento de W_0 en el DVL posibilita el cálculo de números geopotenciales referidos al IHR5.
- Las inconsistencias encontradas en las líneas y registros de nivelación, evidencian la necesidad de rediseñar la Red de Nivelación Fundamental de Ecuador.
- El terremoto acontecido el 16 de abril de 2016, con magnitud 7.8 en la escala de Richter, produjo la pérdida de consistencia en el Marco Geodésico de Referencia de Ecuador, y por lo tanto genera la necesidad de actualizar la componente vertical de dicho marco de referencia.
- La modernización y materialización del DVE, deberá obedecer a los preceptos establecidos por la IAG em el contexto de la definición y materialización de un Sistema de Referencia Vertical Global (ITRF).



GRACIAS!



AGRADECIMIENTOS:

- A SIRGAS por el constante apoyo para el desarrollo de la Geodesia en las Américas.
- Al Instituto Geográfico Militar de Ecuador (IGM-EC) por proporcionar los registros gravimétricos continentales *in-situ* utilizados.
- Al Instituto Panamericano de Geografía e Historia (IPGH) por el apoyo financiero.